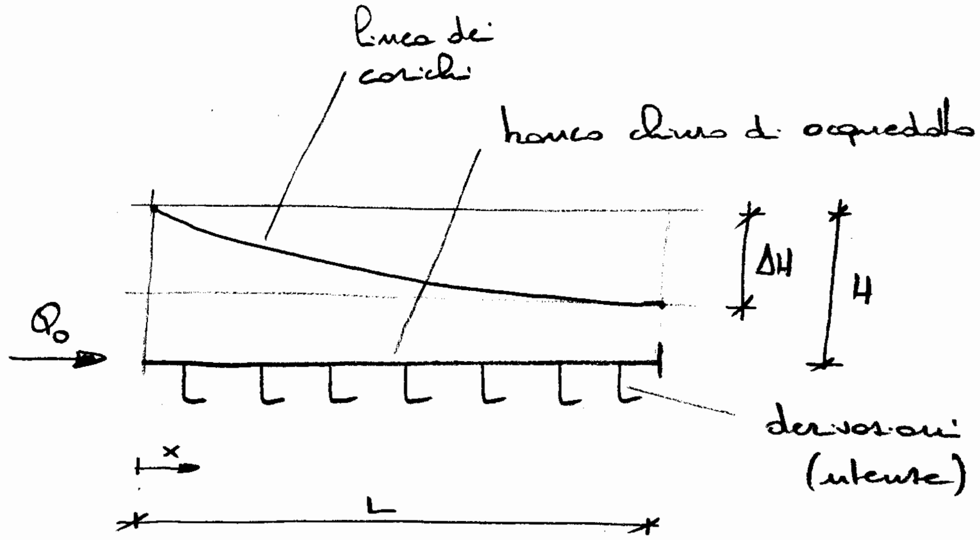
METODO di MESSINA

Cerchiamo di calcolare la perdita di carico in un tratto di acquedotto.

Caso 1: TRONCO CHIUSO



$$q = \frac{Q_0}{L} \Rightarrow Q(x) = Q_0 - q\,x$$

$$j = \beta \frac{Q^2}{d^5} \Rightarrow j(x) = \frac{\beta}{d^5}\left(Q_0 - q\,x\right)^2$$

$$\Delta H = \int_0^L j(x)\,dx = \frac{\beta}{d^5}\int_0^L \left(Q_0^2 + q^2x^2 - 2\,Q_0\,q\,x\right)dx$$

$$= \frac{\beta}{d^5}\left| Q_0^2 x + \frac{1}{3} q^2 x^3 - Q_0 q x^2 \right|_0^L$$

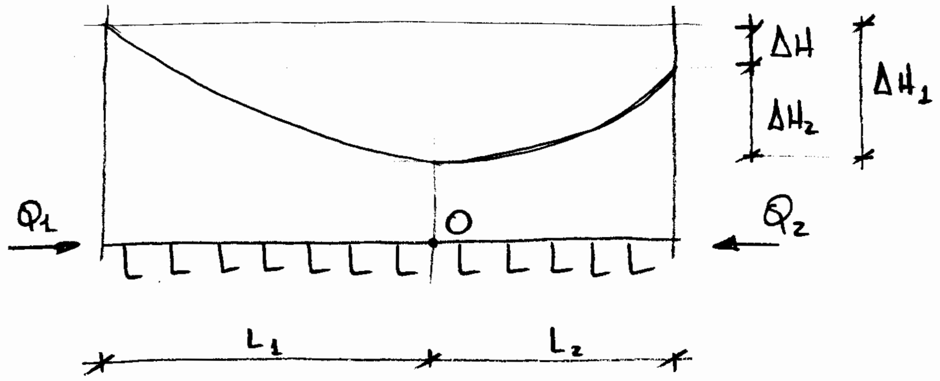
$$= \frac{\beta}{d^5}\left(Q_0^2 L + \frac{1}{3} q^2 L^3 - Q_0 q L^2 \right) \qquad \text{N.B.: } Q_0 = q\,L$$

$$= \frac{\beta}{d^5}\left(\cancel{Q_0^2 L} + \frac{1}{3} Q_0^2 L - \cancel{Q_0^2 L} \right) = \frac{\beta}{3d^5} Q_0^2 L$$

⇒ la perdita di carico è un terzo di quella che si avrebbe per la condotta semplice attraversata da Q_0

⇒ la linea dei carichi è una parabola

Caso 2 : TRONCO CON DUE ALIMENTAZIONI



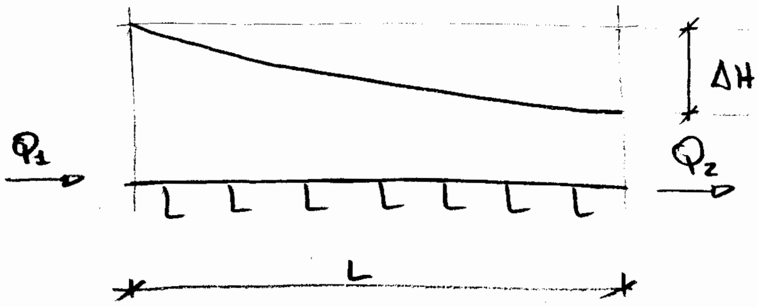
deve necessariamente esserci un punto O tale che Q=0

$$L_1 = \frac{Q_1}{q} \quad \Rightarrow \quad \Delta H_1 = \frac{\beta L_1}{3d^5} Q_1^2 = \frac{\beta}{3d^5} \frac{Q_1^3}{q}$$

$$L_2 = \frac{Q_2}{q} \quad \Rightarrow \quad \Delta H_2 = \frac{\beta L_2}{3d^5} Q_2^2 = \frac{\beta}{3d^5} \frac{Q_2^3}{q}$$

$$\Delta H = \Delta H_1 - \Delta H_2 = \frac{\beta}{3d^5 q} \left(Q_1^3 - Q_2^3 \right)$$

Caso 3 : TRONCO APERTO



$$j(x) = \frac{\beta}{d^5} \left(Q_1 - qx \right)$$

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{q}$$

$$\Delta H = \int_0^L j(x)\,dx = \frac{\beta}{d^5}\int_0^L \left(Q_1^2 + q^2x^2 - 2Q_1 q x\right)dx$$

$$= \frac{\beta}{d^5}\left| Q_1^2 x + \frac{1}{3}q^2x^3 - Q_1 q x^2 \right|_0^L$$

$$= \frac{\beta}{d^5}\left(Q_1^2 L + \frac{1}{3}q^2L^3 - Q_1 q L^2 \right)$$

$$= \frac{\beta}{d^5}\left(Q_1^2\,\frac{Q_1 - Q_2}{q} + \frac{1}{3}\cancel{q^2}\,\frac{Q_1^3 - Q_2^3 + 3Q_2^2Q_1 - 3Q_1^2Q_2}{q^{\cancel{3}}} - Q_1\cancel{q}\,\frac{Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2}{q^{\cancel{2}}} \right)$$

$$= \frac{\beta}{q d^5}\left(\cancel{Q_1^3} - \cancel{Q_1^2Q_2} + \frac{1}{3}Q_1^3 - \frac{1}{3}Q_2^3 + \cancel{Q_2^2Q_1} - \cancel{Q_1^2Q_2} - \cancel{Q_1^3} - \cancel{Q_2^2Q_1} + \cancel{2Q_1^2Q_2} \right)$$

$$= \frac{\beta}{3qd^5}\left(Q_1^3 - Q_2^3 \right)$$

$\Rightarrow$ GENERALIZZAZIONE

$$\boxed{\Delta H = \frac{\beta}{3d^5q}\left(|Q_1|^3 - |Q_2|^3 \right)}$$