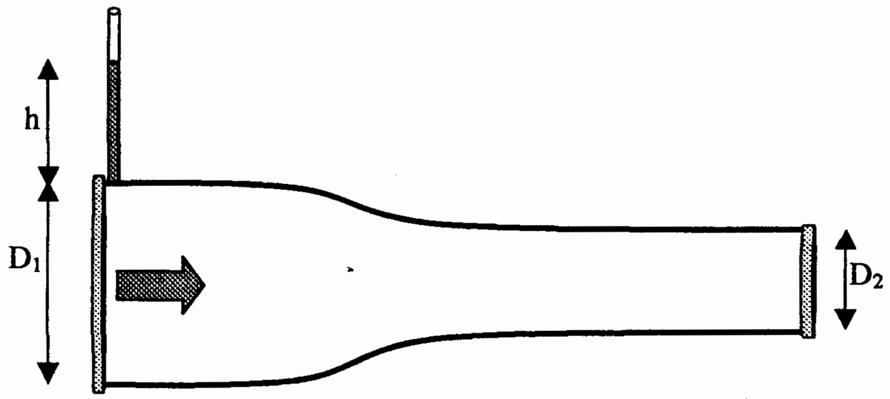
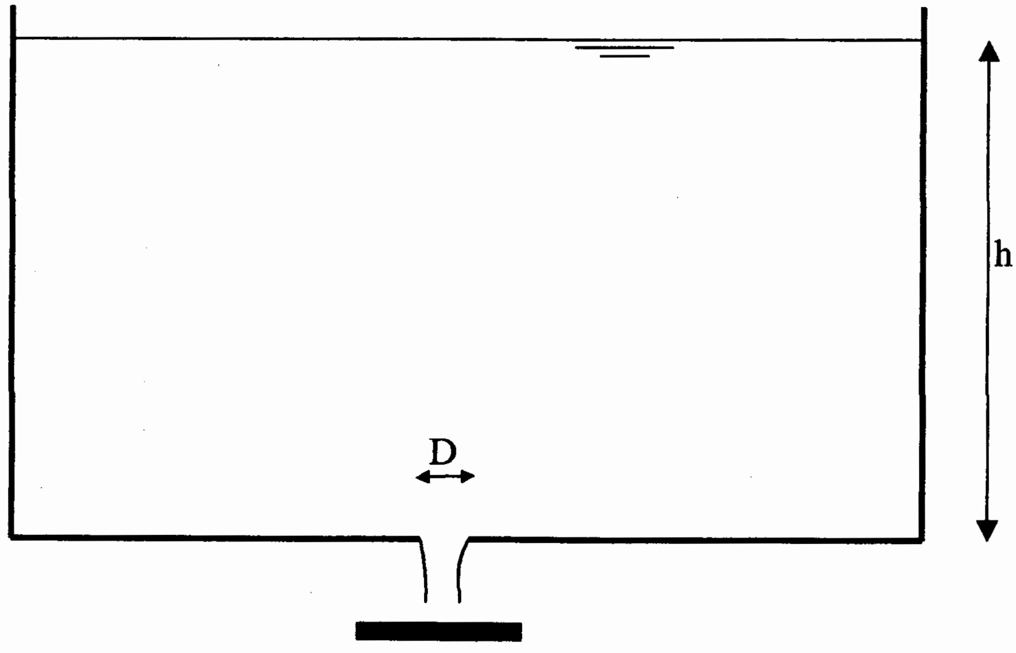
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE – FACOLTÀ D'INGEGNERIA
Corso di Idraulica, A.A. 2003/2004
II prova

1. Si commentino sinteticamente (max 8 righe) le differenze fra le equazioni di Euler e di Navier-Stokes.

2. Si calcoli la spinta che l'acqua, entrante ad una velocità di 50 *cm/s*, provoca sul condotto in figura. Sia il diametro di monte D_1=1 *m* e quello di valle D_2=50 *cm*. Sia l'altezza sul piezometro (non riportata in scala) h=1.5 *m*. Il restringimento provoca una perdita di carico stimabile come proporzionale al carico cinetico di valle con coefficiente ξ=0.3125.



3. Con riferimento allo schema in figura, si valuti la spinta verticale (trascurando il peso del fluido) sulla piastra allo sbocco del serbatoio. Siano h=20 *m* e l'apertura circolare con diametro D=10 *cm*. Si assuma un coefficiente di contrazione di vena pari a 0.625 ed un coefficiente di riduzione della velocità di 0.96.



PAOLO MARTINIS

10++ 11

28/4/2004

II PROVETTA IDRAULICA

+1

(1) Possiamo scrivere l'eq. di Eulero come

$$\frac{dv}{dt} + v \cdot \nabla v = \frac{1}{\rho}\left(f + \nabla p\right)$$

e quella di Navier-Stokes come

$$\frac{dv}{dt} + v \cdot \nabla v = \frac{1}{\rho}\left(f + \nabla p + \mu \nabla^2 v\right) = \frac{1}{\rho}\left(f + \nabla p\right) + \nu \nabla^2 v$$

Il termine $\nu \nabla^2 v$ rappresenta l'attrito viscoso e rende il processo di moto dei fluidi newtoniani non reversibile, in quanto l'aderenza del flusso fluido alle pareti provoca vorticità e dispersione di energia.

(2)

$$G + \Pi = M_u - M_e - \cancel{I}$$

$v_1 = 50 \text{ cm/s} = 0{,}5 \text{ m/s}$

$$G = 0$$

$$\Pi = p_1 A_1 - p_2 A_2 - F_x$$

(conservazione della q.tà di moto)

$$M_u = \rho Q v_2$$

$$M_e = \rho Q v_1$$

(calcolo h nella sez. trasversale) $p_1 = \gamma\left(h + \frac{D_1}{2}\right) = 9806\,(1{,}5 + 0{,}5) = 19612 \text{ Pa}$

$$A_1 = \pi \frac{D_1^2}{4} = \pi \cdot \frac{1^2}{4} = 0{,}7854 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \pi \frac{D_2^2}{4} = \pi \cdot \frac{0{,}5^2}{4} = 0{,}1963 \text{ m}^2$$

$\frac{A_1}{A_2} = 4$

$\Downarrow$

$\frac{v_2}{v_1} = 4$

(cons. massa) $Q = v_1 \cdot A_1 = 0{,}5 \cdot 0{,}7854 = 0{,}3927 \text{ m}^3/\text{s}$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = 2 \text{ m/s}$$

Per calcolare p_2 applichiamo il teorema di B. per le correnti:

$$H_1 = H_2 + \Delta H$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\gamma}{2g}\left(v_1^2 - v_2^2 - \xi v_2^2\right)$$
$$= 19612 + 500\left(0{,}5^2 - 2^2 - 0{,}3125 \cdot 2^2\right) = 17112 \quad Pa$$

$$F_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 - \rho Q\left(v_2 - v_1\right)$$
$$= 19612 \cdot 0{,}7854 - 17112 \cdot 0{,}1973 - 1000 \cdot 0{,}3927\,(2-0{,}5)$$
$$= 15403 - 3376 - 589 = 11438 N = 11{,}44 \ kN \qquad (4)$$

(3) sappiamo che la spinta è $F = \rho Q v$ *

$$v = c_v \sqrt{2gh} = 0{,}96 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}806 \cdot 20} = 19{,}01 \ m/s$$

$$Q = c_c A v = c_c \pi \frac{D^2}{4} v = 0{,}625 \cdot \pi \cdot \frac{0{,}1^2}{4} \cdot 19{,}01$$
$$= 0{,}0933 \ m^3/s$$

$$F = \rho Q v = 1000 \cdot 0{,}0933 \cdot 19{,}01 = 1{,}774 \ kN$$

* dall'eq. di conservazione della q.tà di moto