CINEMATICA

APPROCCIO

Un fluido in movimento genera un campo di moto che può essere descritto in due modi differenti:

- PUNTO di VISTA LAGRANGIANO

  Il campo di moto è descritto seguendo le particelle, ossia determinando le posizioni cartesiane (x, y, z) di ogni particella in funzione del tempo t mediante relazioni del tipo

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t) \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t) \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases}$$

  con x_0, y_0, z_0 coordinate della particella all'istante $t = 0$

  che ne descrivono la traiettoria.

- PUNTO di VISTA EULERIANO

  Definiamo il campo delle velocità per ogni punto del campo di moto, ossia determiniamo per ogni punto di coordinate (x, y, z) le velocità v_x, v_y, v_z.

  Tale metodo consiste nell'osservazione puntuale o locale e conduce alla determinazione della distribuzione vettoriale della velocità:

$$\begin{cases} v_x = v_x(x, y, z, t) \\ v_y = v_y(x, y, z, t) \\ v_z = v_z(x, y, z, t) \end{cases}$$

Nello studio dei fluidi è conveniente usare il metodo euleriano.

Tra i due metodi esistono le relazioni differenziali

$$\begin{cases} dx = v_x\,dt \\ dy = v_y\,dt \\ dz = v_z\,dt \end{cases}$$

GRANDEZZE EULERIANE

Considerando una grandezza lagrangiana $b_L(x_0, y_0, z_0, t)$ è importante riuscire a scriverne la derivata rispetto al tempo in forma euleriana

$$b_L(x_0, y_0, z_0, t) = b\left(X(x_0, y_0, z_0, t),\ Y(x_0, y_0, z_0, t),\ Z(x_0, y_0, z_0, t)\right)$$

$$x > \frac{d}{dt} b_L(x_0, t) = \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{\partial b}{\partial x}\frac{dX}{dt} = \frac{\partial b}{\partial t} + v_x \frac{\partial b}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} b_L(x_0, y_0, z_0, t) = \frac{\partial b}{\partial t} + v_x \frac{\partial b}{\partial x} + v_y \frac{\partial b}{\partial y} + v_z \frac{\partial b}{\partial z}$$

La derivata lagrangiana o sostanziale $\frac{Db}{Dt} = \frac{db_L}{dt}$ può essere vista come somma di:

- una variazione locale della grandezza nel tempo:

  $$\frac{\partial b}{\partial t}$$

- una variazione convettiva, che mi dice se la zona nella quale la particella si è spostata ha una grandezza diversa:

  $$v_x \frac{\partial b}{\partial x} + v_y \frac{\partial b}{\partial y} + v_z \frac{\partial b}{\partial z} = \underline{v} \cdot \nabla b = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial b}{\partial x} \\ \frac{\partial b}{\partial y} \\ \frac{\partial b}{\partial z} \end{bmatrix}$$