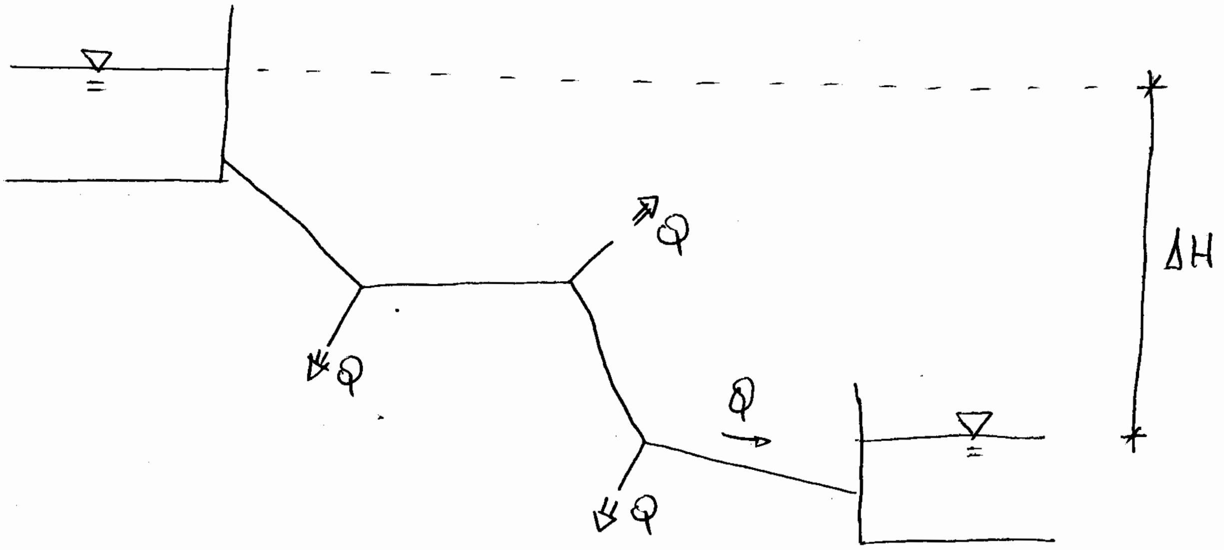
CORRENTI in PRESSIONE

Il progetto degli impianti idraulici in pressione consiste nel legare l'energia disponibile o spesa (ΔH) con il flusso nel sistema:



Sapendo che la perdita di carico ΔH è funzione

- della portata Q;
- delle caratteristiche geometriche del sistema;
- delle caratteristiche idrauliche del sistema;

possiamo riassumere la progettazione nelle fasi:

- PROGETTO vero e proprio, ossia dimensionare l'impianto dati Q e ΔH (fase obsoleta)
- VERIFICA
  - DIRETTA: dati l'impianto e Q, calcolare ΔH
  - INVERSA: dati l'impianto e ΔH, calcolare Q

La fase di progetto è obsoleta in quanto avendo a disposizione oggigiorno calcolatori molto potenti si progetta l'impianto secondo l'esperienza per fare poi verifiche incrociate alla ricerca della soluzione ottimale.

La fase più usata è quella di verifica inversa, poiché sappiamo che le perdite di carico possono essere localizzate o distribuite ed è facile conoscere i carichi dei due serbatoi di monte e di valle.

Se avessimo moto laminare sarebbe:

$$\Delta H = \sum_{\text{disturbi}} \Delta H_{\text{localizzate}} + \sum_{\text{tubi}} j L$$

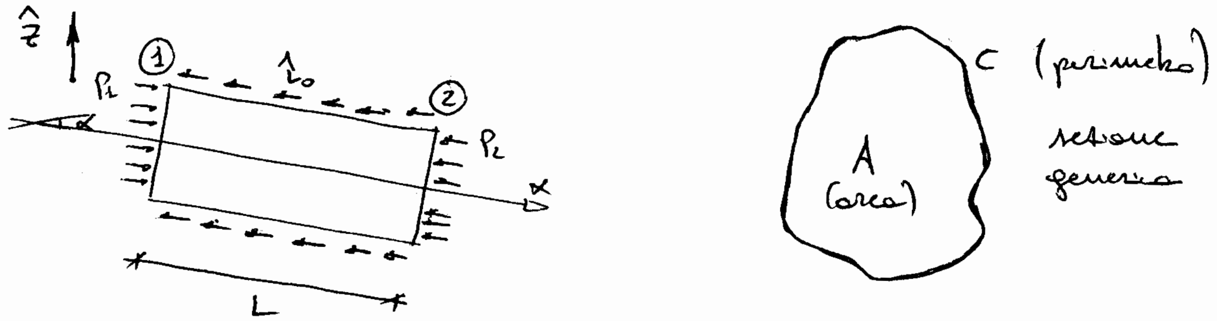
dove $\Delta H_{loc} = \xi \dfrac{v^2}{2g}$

$$j \triangleq -\frac{dH}{dx} = -\frac{dh}{dx} - \frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right) = i - \frac{dv}{dx}\left(\frac{v}{g}\right) = i = \frac{32 \mu v}{\gamma D^2}$$

Nel caso di moto mediamente uniforme posso comunque porre $i = j$ qualora riuscissi a stimare le perdite di carico.

STIMA delle PERDITE DISTRIBUITE

Consideriamo un tratto di condotto a sezione generica con asse del moto non orizzontale di lunghezza L:



Per la conservazione della quantità di moto:

$$G_x + \Pi_x = M_{u_x} - M_{e_x} + I_x$$

Sotto le ipotesi

- moto stazionario $\Rightarrow I_x = 0$
- moto mediamente uniforme $\Rightarrow M_{u_x} - M_{e_x} = \rho Q v - \rho Q v = 0$

abbiamo l'equazione

$$G_x + \Pi_x = 0$$

Sappiamo poi che

$$G_x = \gamma V \operatorname{sen}\alpha = \gamma A L \operatorname{sen}\alpha = \gamma A (z_1 - z_2)$$

$$\Pi_x = p_1 A - p_2 A - \tau_0 C L$$

e abbiamo quindi

$$\gamma A (z_1 - z_2) + A (p_1 - p_2) = \tau_0 C L$$

$$\gamma A (h_1 - h_2) = \tau_0 C L$$

$$\Rightarrow \tau_0 = \gamma \left(\frac{h_1 - h_2}{L} \right) \frac{A}{C} = \gamma \cdot i \cdot \frac{A}{C}$$

Definito poi il raggio idraulico R come rapporto tra l'area ed il perimetro bagnato della sezione, abbiamo

$$\tau_0 = \gamma R i$$

Supponiamo anche che

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial v_x}{\partial n} \right|_{parete} = f\left(v, \mu, \rho, \text{geometria della sezione}\right)$$

Grazie ai numerosi risultati empirici sappiamo che la geometria della sezione dipende unicamente da

- raggio idraulico R
- scabrezza ε, ossia le imperfezioni della parete del condotto


$\updownarrow \varepsilon$

Passiamo così a procedere all'analisi dimensionale:

$$\tau_0 = f(v, \mu, \rho, R, \varepsilon)$$

$$[L] = R \qquad [T] = \frac{R}{v} \qquad [M] = \rho R^3$$

$$\frac{F}{L^2} = \frac{ML}{T^2 L^2} = \frac{M}{T^2 L} = \frac{\rho R^3 v^2}{R R^2} = \rho v^2$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_0}{\rho v^2} = f\left(1, \frac{\mu}{\rho v R}, 1, 1, \frac{\varepsilon}{R}\right) \overset{!}{=} f\left(Re, \frac{\varepsilon}{R}\right)$$

Supponiamo così che

$$\rho v^2 f\left(Re, \frac{\varepsilon}{R}\right) = \gamma R j$$

$$\Rightarrow j = \frac{v^2}{gR} f\left(Re, \frac{\varepsilon}{R}\right)$$

Definendo poi la funzione $\lambda = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{R}\right)$ abbiamo

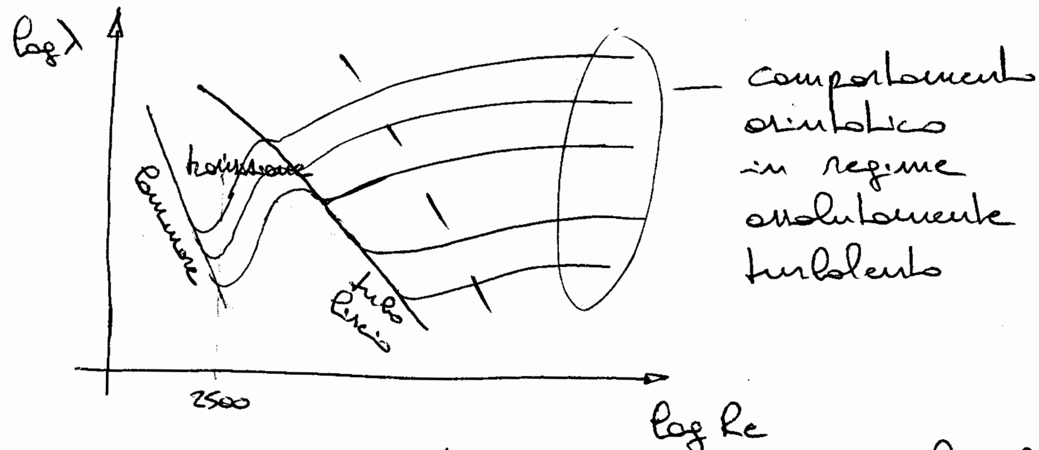
$$j = \frac{\lambda}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{\lambda v^2}{8gR}$$

Poiché la scabrezza ε è difficilmente definibile per via teorica, la funzione λ è stata definita per via sperimentale:

- nel caso di moto laminare in un condotto cilindrico

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

- nel caso di moto turbolento per condotti cilindrici abbiamo l'arpa di Nikuradse, ottenuta graficando i valori sperimentali determinati a partire da tubi di lunghezza definita con sabbia di diametro uniforme incollata sulla parete interna:



- per il moto turbolento in tubi commerciali abbiamo l'abaco di Moody, ottenuto per comparazione con i valori di Nikuradse a causa della presenza sulla parete di scabrezze di diverso tipo distribuite in modo non uniforme.

L'abaco di Moody deriva dalla formula sperimentale di Colebrook + White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.71\, D} \right)$$

valida per condotti cilindrici.

Su tale formula vanno fatte due osservazioni:

- a seconda del tipo di moto è predominante la dipendenza di λ:
  - dal numero di Reynolds per moto laminare;
  - dalla scabrezza relativa $\frac{\varepsilon}{D}$ per moto assolutamente turbolento;
- la soluzione va condotta mediante calcolo numerico iterativo, a causa della presenza di λ sia a sinistra che a destra dell'uguale:

$$\lambda_{n+1} = \frac{1}{\left[2 \cdot \log\left(\frac{2.52}{Re\sqrt{\lambda_n}} + \frac{\varepsilon}{3.71 D}\right)\right]^2}$$

partendo con un valore di λ ricavato da Moody, dopo qualche iterazione ho un valore abbastanza preciso.

A partire dal valore di λ così trovato possiamo calcolare le perdite distribuite:

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$\Delta H = j \cdot L$$

FORMULE PRATICHE

Sotto le ipotesi di validità

- con fluido acqua o acqua sporca;
- per moto turbolento pienamente sviluppato in parete scabra (curve di Moody praticam. orizzontali)

possiamo usare le formule pratiche:

- di Chezy:

$$i = \frac{v^2}{C^2 R} \quad \text{da} \quad v = C\sqrt{R \cdot i} \quad \text{con} \quad C = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}$$

• di Gauckler-Strickler:

$$i = \frac{v^2}{k_s^2 \cdot R^{4/3}} \quad \text{da} \quad v = k_s R^{2/3} \sqrt{i}$$

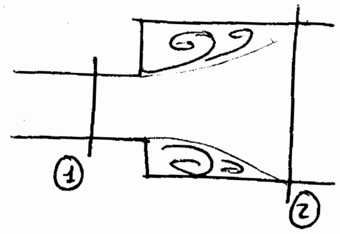
ricavata a partire dal moto nei canali.

PERDITE LOCALIZZATE

Le perdite localizzate sono solitamente espresse per mezzo di alcuni coefficienti:

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{L}{2g A^2} \cdot v^2 A^2 = \alpha Q^2 = \xi \frac{v^2}{2g}$$

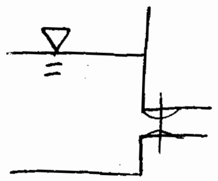
Abbiamo già visto che per il brusco allargamento vale



$$\Delta H = \frac{(v_2 - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{1}{c_c} - 1\right)^2$$

(perdita di Borda) con $c_c = \frac{A_1}{A_2}$

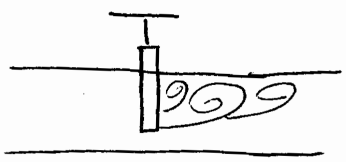
Per un tubo effluente da un serbatoio è invece



$$c_c = \frac{\pi}{\pi + 2} \hat{=} 0{,}61$$

$$\xi \hat{=} 0{,}408 \hat{=} 0{,}5 \text{ (sperimentale)}$$

Per una saracinesca abbiamo invece (quando è tutta chiusa)



$$c_c = 0$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{v_1^2 \left(\frac{1}{0} - 1\right)^2}{2g} \hat{=} \infty$$

(in via teorica)

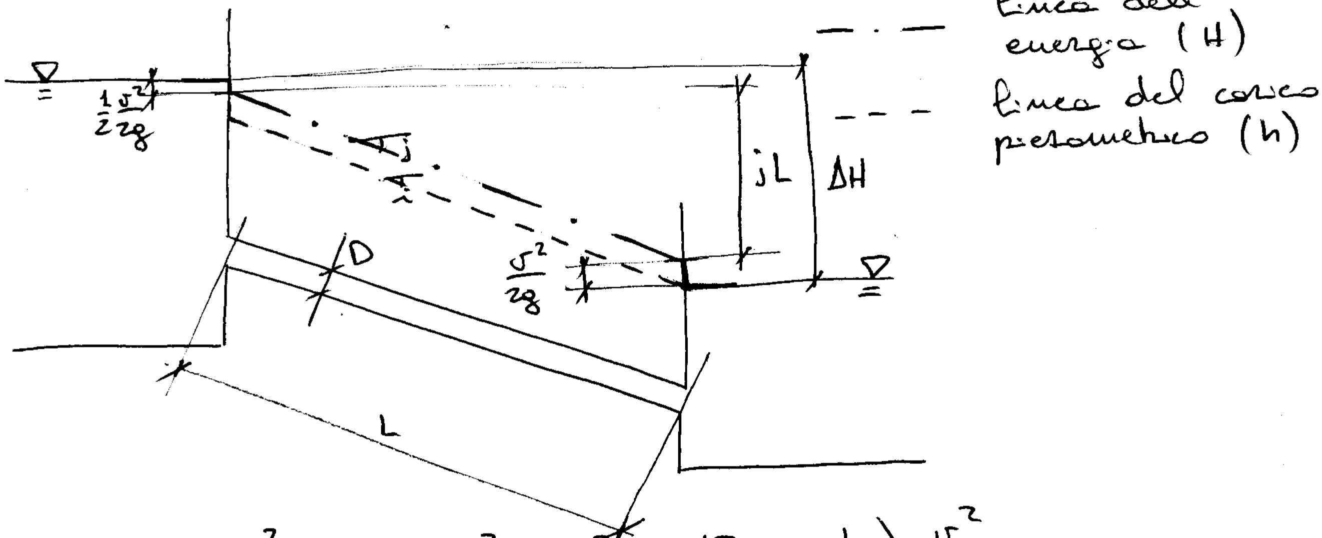
RETI IDRAULICHE

L'espressione generale per calcolare le perdite in un condotto abbiamo già detto essere:

$$\Delta H = \sum \text{perdite concentrate} + \sum \text{perdite distribuite}$$

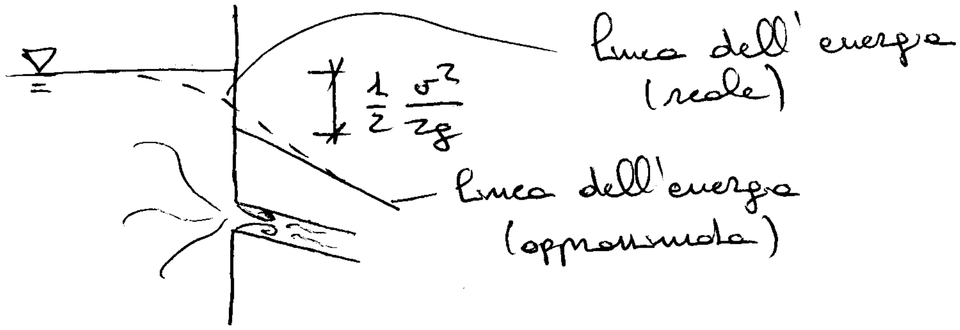
$$= \sum_{\substack{\text{tutte le}\\ \text{accidentalità}}} \xi_i \frac{v_i^2}{2g} + \sum_{\substack{\text{tutti i}\\ \text{tratti uniformi}}} \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g}$$

Nel caso più semplice possibile, con un solo condotto tra i due serbatoi, avremo ad esempio:

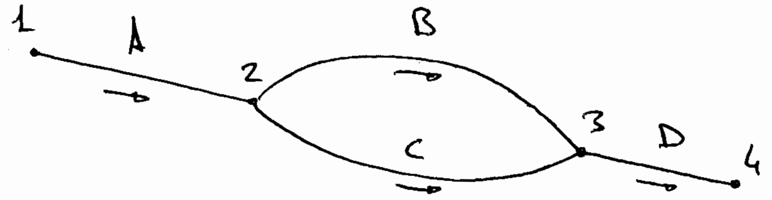


$$\Delta H = 0.5 \cdot \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} + 1 \cdot \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{3}{2} + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{v^2}{2g}$$

N.B.: semplificazione:



Possiamo schematizzare le reti idrauliche complesse con ~~la~~ i grafi:



$$E_1 = E_4 + \Delta E_A + \Delta E_B + \Delta E_D + \text{perdite localizzate}$$
$$\overset{!}{=} E_4 + \Delta E_A + \Delta E_C + \Delta E_D + \text{perdite localizzate}$$

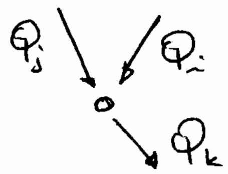
Nel caso di reti con condotte lunghe possiamo trascurare gli effetti delle dissipazioni localizzate.

I condotti in parallelo vanno considerati come unici, poiché le perdite nei due rami paralleli devono essere uguali:

$$\alpha_B Q_B^2 = \alpha_C Q_C^2 \Rightarrow Q_B = Q_C \sqrt{\frac{\alpha_C}{\alpha_B}}$$

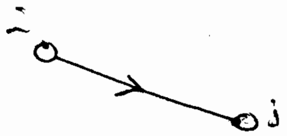
La soluzione di una rete idraulica consiste nel calcolare le H nei nodi e quindi le portate nei tubi:

- per la legge di continuità la somma delle portate (con il loro segno) in un nodo deve essere nulla:



$$Q_i + Q_j - Q_k = 0$$

- calcoliamo in modo iterativo le ΔH e le portate della rete dopo aver fissato l'H di un nodo:



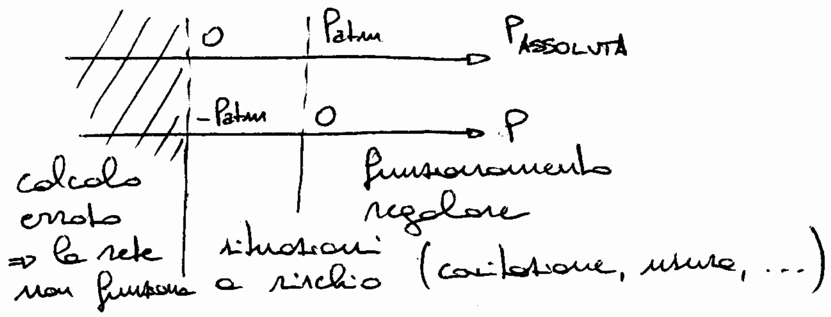
$$H_i - H_j = \alpha \, |Q_{ij}| \, Q_{ij}$$

SIFONE

Oltre alle verifiche diretta ed inversa della rete idraulica vanno fatte due verifiche di buon funzionamento:

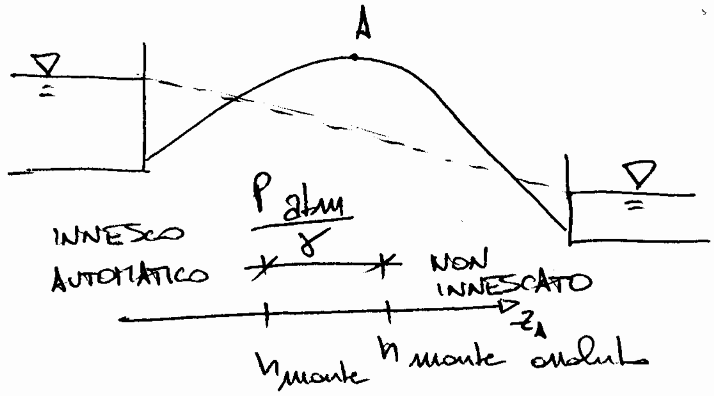
- verifica della PRESSIONE

  occorre verificare che non ci siano depressioni nella rete:



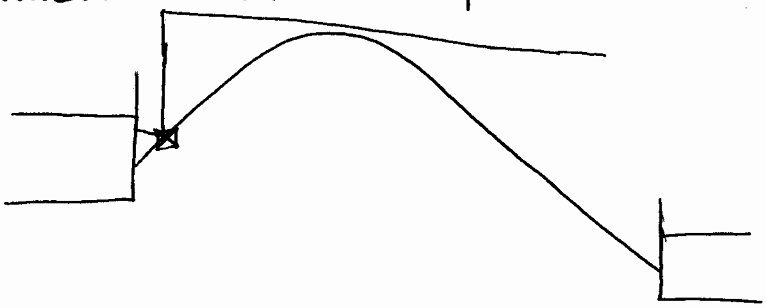
- verifica di INNESCO

  nel caso di un sifone va verificata l'altezza utile per l'innesco automatico del sifone



POMPE

Gli impianti di sollevamento sono dei dispositivi che innalzano il carico piezometrico:



Fine