

Idrologia e Misure idrauliche

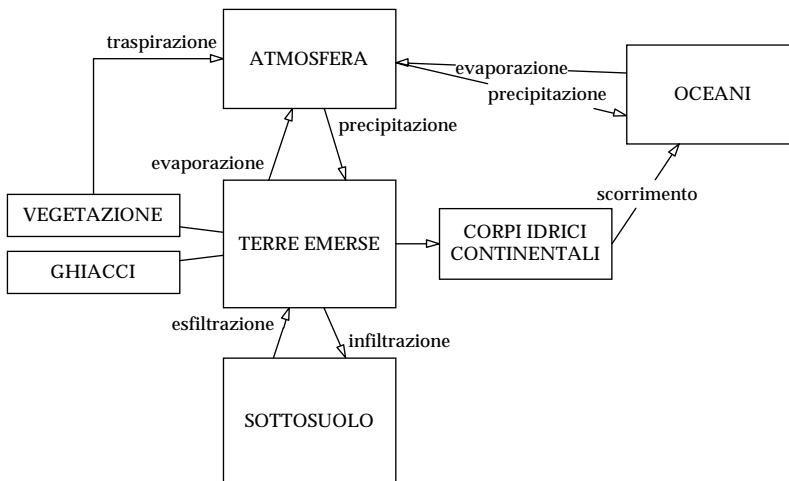
L'Acqua

La disponibilità di acqua sulla Terra ammonta a circa $1.4 \cdot 10^9 \text{ km}^3$ ripartita:

- per il 97.2% nelle masse oceaniche;
- per il 2.15% nei ghiacci (antartide, artide e ghiacci perenni sui massicci montuosi);
- per lo 0.6% nel sottosuolo, di cui il 50% è rintracciabile nei primi 700m di profondità nella crosta;
- per lo 0.02% in quelle che si definiscono acque superficiali, ossia fiumi e laghi;
- per lo 0.001% in atmosfera sotto forma di vapore acqueo o goccioline.

Ciclo idrologico

Gli scambi tra le componenti dell'idrosfera possono essere ben rappresentati nel diagramma seguente:



Possiamo notare come l'atmosfera sia il principale agente della dinamica degli scambi tra le varie componenti. La Terra è infatti soggetta, dal punto di vista idrologico:

- all'ENERGIA SOLARE, che permette i processi di evaporazione, traspirazione e precipitazione;
- al CAMPO GRAVITAZIONALE, che permette i processi di precipitazione e scorrimento o deflusso superficiale;
- alla CAPILLARITÀ dei terreni e delle rocce, che permette l'infiltrazione e l'esfiltrazione.

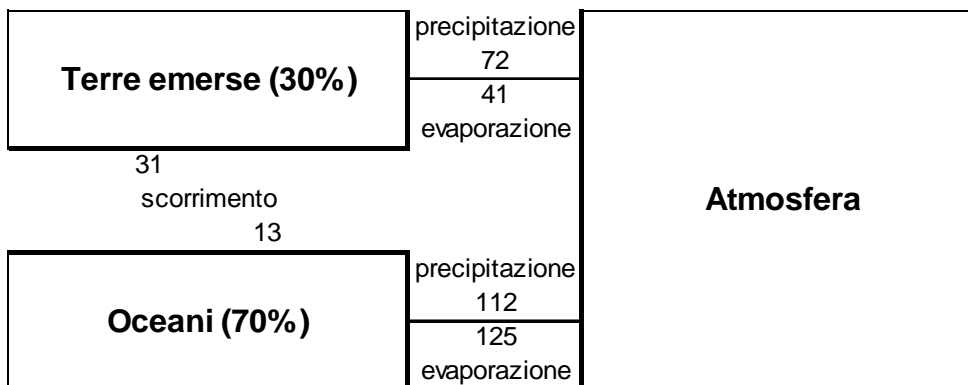
Per l'analisi di questi processi idrologici possiamo usare due diversi approcci:

- consideriamo le quantità coinvolte negli scambi mediante l'EQUAZIONE DI BILANCIO, dove possiamo tradurre la conservazione delle masse in conservazione dei volumi, vista che possiamo considerare l'acqua un fluido a volume specifico costante; avremo così l'espressione analitica

$$\sum Q_i = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

- considerare il singolo processo idrologico per valutarne i rapporti di causa ed effetto al fine di prevenirne lo svolgimento e le quantità coinvolte (IDROLOGIA DINAMICA)

A titolo di esempio, consideriamo l'equazione di bilancio per la superficie terrestre in un anno solare¹, riferendoci ai volumi per unità di superficie $h = \frac{V}{A}$:



N.B.: Va notato che i 31cm di scorrimento nelle terre emerse diventano i 13cm negli oceani per la diversa estensione delle due superfici.

Possiamo dire che la precipitazione totale sulla superficie terrestre, pesata in funzione delle estensioni di terre emerse ed oceani, è di circa 1m. Il volume totale scambiato sarà quindi $1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^8 = 500000 km^3$, mentre l'atmosfera contiene mediamente $1.4 \cdot 10^4 km^3$ di acqua.

Bacini imbriferi

Nonostante torrenti di montagna, canali e fiumi appartenenti allo stesso territorio abbiano nomi diversi, dati nell'antichità dagli abitanti o dagli esploratori, costituiscono tutti lo stesso bacino. In una visione più ampia, il BACINO IDROGRAFICO o imbrifero è la porzione di territorio che raccoglie e convoglia l'acqua verso un PUNTO DI RACCOLTA, che solitamente è il grande fiume. Ogni bacino idrografico è definito, oltre che dal punto di raccolta, dalla SEZIONE DI CHIUSURA.

I bacini idrografici hanno solitamente una forma ramificata, detta DENDRITICA per l'analogia con l'aspetto delle foglie, e possono essere rappresentati da una geometria frattale di dimensione 2. In ogni caso la FORMA di un bacino dipende soprattutto dalla sua genesi geologica.

Il moto delle acque è determinato essenzialmente dalla gravità, almeno per quanto riguarda i canali di convogliamento delle acque, secondo il gradiente del potenziale gravitazionale. Definendo tutti i luoghi dei punti tali che $z > z_0$, dove z_0 è la quota della

¹ Possiamo supporre che in un anno solare, vista la ciclicità delle stagioni, il bilancio totale delle quantità scambiate rimanga costante.

sezione di chiusura, possiamo determinare l'AREA CONTRIBUENTE del bacino imbrifero. Per effettuare questa operazione dal punto di vista topografico procediamo in due fasi:

- tracciamo il canale principale ed i vari affluenti;
- definiamo le LINEE SPARTIAQUE, ossia i punti di massimo della quota, che vengono solitamente a coincidere con i punti di massima curvatura delle linee di livello.

Attualmente questo tipo di analisi è velocemente realizzabile per mezzo di molti software commerciali che si basano su modelli DEM (digital elevation model), su immagini vettoriali o raster o sui complessi modelli DTM (digital terrain model).

L'obiettivo di un accurato studio sui bacini imbriferi è molto importante per la GESTIONE della risorsa idrica e per la DIFESA dalle catastrofi naturali. A tal fine si usano i seguenti parametri:

- l'AREA² della superficie del bacino imbrifero, solitamente calcolata in proiezione ortogonale, ossia senza tener conto della superficie di versante;
- varie LUNGHEZZE, quali:
 - la lunghezza dell'asta principale;
 - la distanza tra la sezione di chiusura ed il punto più distante dall'uscita;
 - la distanza, lungo l'asta fluviale, del punto più a monte del bacino;
 - la lunghezza del bacino³;
 - il perimetro del bacino;
- alcuni FATTORI ADIMENSIONALI, quali:
 - le pendenze dei singoli canali;
 - le acclività⁴, ossia le pendenze dei versanti;
- la DENSITÀ DI DRENAGGIO $DD = \frac{Z}{A_B}$, dove $Z = \sum l_i$ è la somma delle lunghezze dei singoli canali del bacino.

Nella definizione di un bacino idrografico, oltre a questi parametri fisici, sono molto importanti anche le considerazioni geologiche: ogni bacino nasce infatti dal contrasto tra l'orogenesi e l'azione erosiva e disgregativa degli eventi meteorologici, e lo studio della GENESI geologica del bacino ci permette di capirne le potenzialità di evoluzione nel territorio e, quindi, di prevedere gli effetti di tale evoluzione.

Precipitazione

Dinamica della precipitazione

Nelle nuvole troviamo acqua:

- allo stato liquido in forma di minuscole goccioline che sono osservabili ad occhio nudo;
- allo stato solido in forma di cristalli di ghiaccio;

² In base all'area, distinguiamo tra piccoli bacini ($A_B < 100km^2$), medi bacini ($100km^2 < A_B < 10000km^2$) e grandi bacini ($A_B > 10000km^2$).

³ Di questa misura esistono varie espressioni, riferite ai singoli autori dei testi di Idrologia Tecnica.

⁴ Le linee di massima pendenza sono ortogonali alle curve di livello, e quindi la distanza planimetrica tra due curve di livello di daranno le pendenze locali $i_v = \frac{\Delta z}{\Delta l}$, delle quali faremo poi la media al fine di calcolare la pendenza del versante.

- allo stato gassoso in forma di matrice di vapore saturo, che è trasparente e quindi non osservabile ad occhio nudo.

La precipitazione delle gocce d'acqua allo stato liquido è dovuto alla condensazione dell'aria umida attorno a nuclei preesistenti: in questo modo il peso delle gocce aumenta e l'equilibrio della gravità si rompe. La condensazione dell'aria è permessa dal raffreddamento, attuato attraverso tre meccanismi fondamentali:

- il raffreddamento ciclonico, ossia il contatto fra masse d'aria più fredde e masse d'aria più calde;
- l'effetto orografico, in quanto c'è un gradiente di temperatura lungo la verticale al suolo terrestre, visto che il terreno è più caldo dell'aria;
- il meccanismo convettivo, ossia il rimescolamento dell'aria che, a contatto con una superficie calda, tende a dilatarsi e sollevarsi, spingendo l'aria soprastante e lasciando spazio ad altra aria sottostante.

Raffreddamento ciclonico

La causa di tutti i moti interni dell'atmosfera è l'ineguale riscaldamento della superficie terrestre a opera della radiazione solare: le zone equatoriali sono infatti sottoposte a un riscaldamento assai più prolungato e intenso di quello a cui sono soggette le regioni polari. In risposta alle differenze di temperatura che risultano da questa disparità di insolazione del globo, l'atmosfera è interessata da un continuo e complesso meccanismo di circolazione che tende a trasferire calore dalle basse latitudini verso i poli. Alle medie e alte latitudini la circolazione atmosferica è caratterizzata da cicloni e anticicloni migranti. Questa circolazione, quasi ovunque, procede da ovest a est (per questo si parla di venti occidentali): la sua velocità aumenta con la quota, fino a raggiungere un massimo intorno a 13km di altitudine, con velocità medie che superano i 160km/h.

Il raffreddamento ciclonico avviene grazie alle differenze di pressione presenti in atmosfera cui si associa una circolazione in senso antiorario⁵ per effetto dell'accelerazione di Coriolis. Chiamiamo CICLONE il nucleo di bassa pressione attorno al quale le due masse di aria tendono a ruotare in senso antiorario.

L'aria calda è più leggera, ed ha quindi minor quantità di moto e minor spinta; si sposta poco e tende così a scivolare sopra l'aria fredda, tendendo a condensare nel contatto.

Lungo i cosiddetti FRONTI CALDI avremo così precipitazioni estese di lunga durata e bassa intensità, con nuvole basse in quanto non si ha un grande sviluppo verticale.

Per quanto riguarda invece i cosiddetti FRONTI FREDDI, avremo superfici di contatto tra aria calda e aria fredda più estese in verticale che nel piano, e che daranno quindi origine a precipitazioni più intense perchè provenienti da nuvole più alte.

Nell'osservazione del meccanismo possiamo operare a tre diverse scale:

- la scala SINOTTICA, che considera estensioni tra i 1000 ed i 10000km, consentendo di osservare l'intero ciclone;
- la MESOSCALA, che considera estensioni tra i 100 ed i 1000km e ci permette di osservare la distribuzione delle piogge;
- la MICROSCALA, che considera estensioni tra 1 e 100km e ci permette di osservare le cosiddette celle di precipitazione o celle di pioggia, ossia zone dove piove con maggiore intensità.

Effetto orografico

Le masse di aria che sorvolano i mari hanno tempo di saturarsi grazie all'evaporazione delle masse di acqua sottostanti. Procedendo verso l'interno, le masse di aria devono

⁵ Nel nostro emisfero.

rallentare per il contatto con le catene montuose e così, raffreddandosi, scaricano piogge intense e di lunga durata che esauriscono la potenza delle nuvole.

In riferimento al Mar Adriatico, ad esempio, le masse di vapore si esauriscono quasi completamente sulle montagne italiane, così arrivando in Austria le nuvole non possono più produrre piogge.

Effetto convettivo

Un esempio di effetto convettivo locale è quello delle pareti di roccia: si riscaldano molto velocemente per effetto della radiazione solare, e trasmettono il calore all'aria umida presente sulla superficie, che si espande e si innalza. Il vuoto creato da quest'ultima richiama altra aria umida dal basso, che subisce lo stesso trattamento e, così, il meccanismo si autoalimenta. Sul getto di aria convettiva che sale si ha un raffreddamento rapido, che crea nuvole con particelle piuttosto grosse le quali, cadendo, incontrano le gocce presenti nell'aria umida: si ha così il tipico temporale estivo con gocce molto grosse.

Misure di pioggia

Pluviometro

Lo strumento più utilizzato per le misure di pioggia è il pluviometro, ossia un imbuto che capta l'acqua precipitata e la raccoglie in un recipiente dove viene misurato il volume di pioggia V_p . La superficie di captazione sarà il diametro dell'imbuto A_s e l'altezza d'acqua

sarà quindi $h = \frac{V_p}{A_s}$. La registrazione dei valori di pioggia è costante, ad esempio con una

bilancia che misura il peso dell'acqua oppure con un sistema galleggiante dotato di punta scrivente che ci dà il diagramma orario della precipitazione. Il problema di oltrepassare la capacità del recipiente è superato da un sistema a bascula.

Fino al 2002 i dati erano raccolti dal Servizio Idrografico Nazionale del Genio Civile, che si serviva di pluviometri:

- con un'area di captazione $A_s = 0.1m^2 = 10dm^2$;
- con bascule di capacità $2cl$, per cui ad ogni scatto corrispondevano $0.2mm$ di pioggia caduta;
- posti in una zona aperta e priva di ostacoli, con una altezza della bocca dal suolo di circa $2m$;
- che registravano i valori di pioggia su di una striscia di carta cambiata settimanalmente che scorreva su di un tamburo con una velocità di $2\frac{mm}{h}$ alla periferia;

e che pubblicava gli Annali Idrologici, costituiti da:

- una prima parte che riportava i dati termometrici e pluviometrici;
- una seconda parte che riportava i dati idrometrici (altezze dell'acqua nei canali), di portata (bilanci idrologici a scala di bacino) e freaticometrici (altezze delle falde freatiche).

A partire dal 2002 i dati sono invece gestiti da servizi regionali, che possono utilizzare strumenti diversi.

Un giorno è considerato piovoso se è caduto almeno $1mm$ di pioggia tra le 9.00 del mattino e le 9.00 del giorno successivo.

Afflusso al bacino

Al fine di conoscere il volume di acqua riversata sul bacino idrografico in un certo periodo di tempo possiamo utilizzare vari metodi di elaborazione dei dati provenienti dai pluviometri.

Il primo metodo, detto di MISURA PUNTUALE, è quello di tracciare delle curve, dette ISOIETE, che collegano i pluviometri con uguale intensità di pioggia.

Il secondo metodo, detto di KRIGING, usa gli interpolatori stocastici al fine di minimizzare l'incertezza delle misure: si parte dall'assunto che con la maggiore lontananza dal pluviometro avrò maggiori incertezze sul valore reale dell'intensità di pioggia.

Il terzo metodo è detto dei TOPOIETI: ad ogni punto P del bacino assegniamo un'altezza di pioggia pari alla misura del pluviometro più vicino:

$$h_p = h_i \quad \forall P \in A_B, i | \overline{PP_i} = \min(\overline{PP_j}) \forall j$$

e potremo così calcolare il volume affluente al bacino in base alle sottoaree definite dai pluviometri:

$$V_{A_B} = \sum h_i A_i$$

Radar meteorologico

Il radar meteorologico è uno speciale tipo di radar che può visualizzare la presenza di gocce d'acqua in atmosfera, utilizzato soprattutto per conoscere la distribuzione spaziale delle precipitazioni. Il raggio tipico di scansione è di 100 km^2 con una risoluzione di

$1 \frac{\text{km}^2}{\text{pixel}}$, mentre può essere di 200 km^2 con una risoluzione di $2 \frac{\text{km}^2}{\text{pixel}}$. La limitazione

fondamentale è che questo strumento, a differenza del pluviometro che definiva delle altezze d'acqua, può definire unicamente l'intensità della pioggia secondo tre classi: poco, tanto o tantissimo.

Evapotraspirazione

L'evaporazione è il meccanismo di passaggio dell'acqua in atmosfera a partire da specchi d'acqua libera o dai pori del terreno.

La dinamica consiste:

- nel passaggio di stato liquido-vapore;
- nell'allontanamento dal terreno con la DIFFUSIONE (l'allontanamento avviene con il mezzo ambiente fermo) o la DISPERSIONE (l'allontanamento avviene a causa dei moti del fluido ambiente).

La traspirazione consiste nello stesso passaggio, per il tramite di organismi vegetali.

Note

Al vapore acqueo possiamo applicare la legge dei gas ideali:

$$pv = RT \Rightarrow e = \rho_v R_v T$$

dove e è la tensione di vapore;

$$R_v = \frac{\bar{R}}{M_v} \text{ è la costante specifica del vapore acqueo;}$$

$$\bar{R} = 8314 \frac{J}{\text{kmolK}} \text{ è la costante universale dei gas ideali.}$$

Supponendo anche l'aria secca un gas ideale possiamo anche dire che $\bar{R} = MR$, dove R è la costante specifica dell'aria secca ed M è la massa molecolare dell'aria secca; possiamo quindi affermare che:

$$e = \rho_v \frac{M}{M_v} RT = 1.61 \rho_v RT$$

Da quest'ultima espressione possiamo ricavare la formula per l'umidità assoluta:

$$\rho_v = 0.622 \frac{e}{RT}$$

La densità della miscela aria umida (aria secca e vapore acqueo) sarà minore della densità dell'aria secca ed avrà espressione:

$$\rho_m = \rho + \rho_v = \frac{p-e}{RT} + 0.622 \frac{e}{RT} = \frac{p-0.378e}{RT}$$

La pressione di saturazione (espressa in $mb = hPa$) sarà invece:

$$e_s = 6.11 - 0.61t^*$$

dove $t^* = \frac{t}{1 - 0.378 \frac{e}{p}}$ è detta temperatura di rugiada ed è espressa in °C.

In base a questa espressione possiamo utilizzare lo PSICROMETRO per valutare la tensione di vapore, ossia uno strumento costituito da due termometri che valutano le temperature di bulbo secco e bulbo bagnato⁶. La relazione comunemente usata è:

$$\frac{e}{e_s} = 1 - 0.00066 \frac{p}{e_s} (t_{bs} - t_{bb}) (1 + 1.146 t_{bb})$$

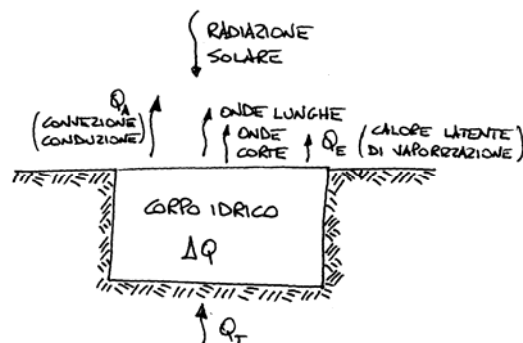
Evaporazione

Per il calcolo dei volumi d'acqua che evaporano si possono utilizzare due diversi approcci:

- considerare microscopicamente il processo come una diffusione di vapore sopra una superficie, ricorrendo alle I legge di Fick:

$$E = -k \frac{de}{dz}$$

- considerare macroscopicamente il bilancio di energia su di un intero corpo idrico:



Uno strumento pratico molto usato per valutare l'evaporazione su corpi idrici estesi è l'EVAPORIMETRO, costituito fondamentalmente da una tinozza posta sul corpo idrico e mantenuta al livello del pelo libero circostante: in base ai flussi in entrata nella tinozza possiamo valutare l'acqua evaporata.

⁶ Vedi i miei appunti di Fisica Tecnica, capitolo *Aria umida*.

Traspirazione

I motori del flusso di acqua⁷ all'interno delle piante sono:

- l'OSMOSI, ossia il fenomeno di diffusione che interessa due soluzioni miscibili di diversa concentrazione separate da una membrana, per quanto riguarda lo scambio alle radici, contenenti acqua con salinità maggiore di quella nel terreno;
- la CAPILLARITÀ, ossia l'innalzamento o abbassamento del livello di un liquido in tubi di diametro assai ridotto dovuto alla maggiore intensità delle forze di adesione tra il liquido e il solido rispetto alle forze di coesione tra le molecole del liquido, per quanto riguarda i pori delle foglie.

Il calcolo dei flussi scambiati mediante traspirazione sono difficilmente prevedibili, in quanto il fenomeno:

- è gestito dalla pianta;
- dipende fundamentalmente dall'umidità del terreno.

Per tali motivi teniamo conto della traspirazione nel calcolo dell'evapotraspirazione potenziale (ETP), ossia quella che si avrebbe se la pianta avesse a disposizione tutta l'acqua che gli serve. Per il calcolo abbiamo due formule fondamentali:

- la formula di Thornthwaite, che porta a valori di scambio mensili, espressi in mm o mm/mese:

$$ETP = 16 \left(\frac{10T_m}{g} \right)^a k_t$$

dove T_m è la temperatura media nell' m -esimo mese

$$g = \sum_{m=1}^{12} \left(\frac{t_m}{5} \right)^{1.514}$$

$$a = 6.75 \cdot 10^{-7} g^3 - 7.71 \cdot 10^{-5} g^2 + 1.79 \cdot 10^{-2} g + 0.4924$$

k_t è un parametro di correzione (tabellato in funzione di latitudine e mese) che dipende dalla radiazione solare media

- la formula di Penman, che porta a valori di scambio giornalieri, espressi in mm o mm/gg:

$$ETP = \frac{\Delta \cdot H - 0.27E}{\Delta - 0.27}$$

dove $E = 0.35e_s(1-r)(1+0.0061w)$

$$r = \frac{e}{e_s} \text{ è l'umidità relativa}$$

w è il vento sfilato⁸ in un giorno all'altezza di 2m, espresso in km

$$\Delta = \frac{de_s}{dT} \text{ è ricavabile da grafici (allegato 1)}$$

$$H = \bar{W}(1-\varphi)(0.18+0.55S) - B \left[0.56 - 0.092(e_s r)^{0.5} \right] (0.10+0.90S)$$

B è un coefficiente tabellato (allegato 2)

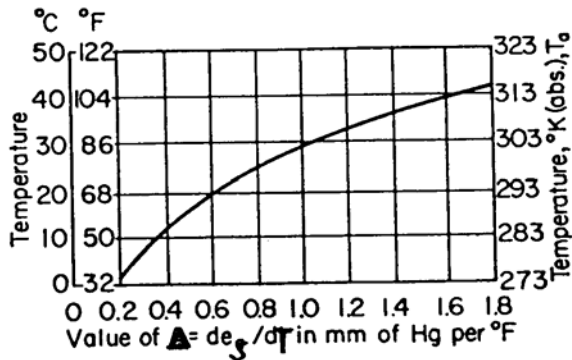
⁷ Le piante più grandi arrivano a contenere un potenziale di 150m di colonna d'acqua, pari a 15atm.

⁸ Ossia lo spazio percorso dal vento (il prodotto tra la velocità del vento ed il tempo); se i rilevamenti sono stati condotti ad una quota z diversa da 2m, possiamo usare la formula $w = w_z \frac{\log 2}{\log z}$.

\bar{W} è l'intensità, a metà mese, della radiazione solare su di una parete orizzontale, ricavabile da opportune tabelle

S è la percentuale di sole nell'arco della giornata

φ è il rapporto tra superfici riflettenti ed opache



delta

$T_a, ^\circ K$	$B, \text{ mm water/day}$	$T_a, ^\circ F$	$B, \text{ mm water/day}$
270	10.73	35	11.48
275	11.51	40	11.96
280	12.40	45	12.45
285	13.20	50	12.94
290	14.26	55	13.45
295	15.30	60	13.96
300	16.34	65	14.52
305	17.46	70	15.10
310	18.60	75	15.65
315	19.85	80	16.25
320	21.15	85	16.85
325	22.50	90	17.46
		95	18.10
		100	18.80

B di Penman

Latitude, deg	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
0	1.04	0.94	1.04	1.01	1.04	1.01	1.04	1.04	1.01	1.04	1.01	1.04
10	1.00	0.91	1.03	1.03	1.08	1.06	1.08	1.07	1.02	1.02	0.98	0.99
20	0.95	0.90	1.03	1.05	1.13	1.11	1.14	1.11	1.02	1.00	0.93	0.94
30	0.90	0.87	1.03	1.08	1.18	1.17	1.20	1.14	1.03	0.98	0.89	0.88
35	0.87	0.85	1.03	1.09	1.21	1.21	1.23	1.16	1.03	0.97	0.86	0.85
40	0.84	0.83	1.03	1.11	1.24	1.25	1.27	1.18	1.04	0.96	0.83	0.81
45	0.80	0.81	1.02	1.13	1.28	1.29	1.31	1.21	1.04	0.94	0.79	0.75
50	0.74	0.78	1.02	1.15	1.33	1.36	1.37	1.25	1.06	0.92	0.76	0.70

k di Thornthwhite

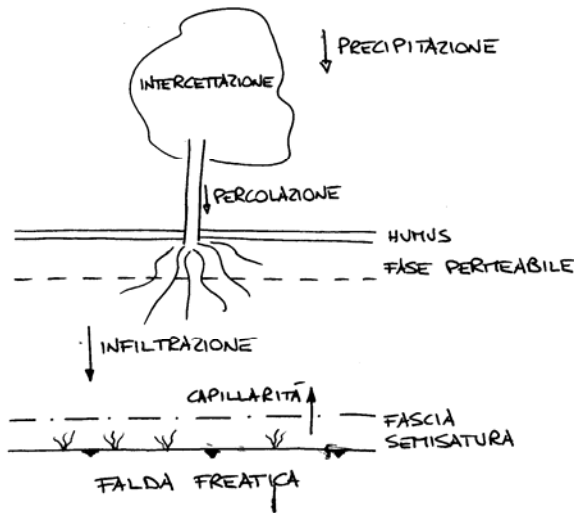
Latitude, deg	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
North												
90	7.9	14.9	18.1	16.8	11.2	2.6
80	1.8	7.8	14.6	17.8	16.5	10.6	4.0	0.2
70	1.1	4.3	9.1	13.6	17.0	15.8	11.4	6.8	2.4	0.1
60	1.3	3.5	6.8	11.1	14.6	16.5	15.7	12.7	8.5	4.7	1.9	0.9
50	3.6	5.9	9.1	12.7	15.4	16.7	16.1	13.9	10.5	7.1	4.3	3.0
40	6.0	8.3	11.0	13.9	15.9	16.7	16.3	14.8	12.2	9.3	6.7	5.5
30	8.5	10.5	12.7	14.8	16.0	16.5	16.2	15.3	13.5	11.3	9.1	7.9
20	10.8	12.3	13.9	15.2	15.7	15.8	15.7	15.3	14.4	12.9	11.2	10.3
10	12.8	13.9	14.8	15.2	15.0	14.8	14.8	15.0	14.9	14.1	13.1	12.4
0	14.5	15.0	15.2	14.7	13.9	13.4	13.5	14.2	14.9	15.0	14.6	14.3
South												
10	15.8	15.7	15.1	13.8	12.4	11.6	11.9	13.0	14.4	15.3	15.7	15.8
20	16.8	16.0	14.6	12.5	10.7	9.6	10.0	11.5	13.5	15.3	16.4	16.9
30	17.3	15.8	13.6	10.8	8.7	7.4	7.8	9.6	12.1	14.8	16.7	17.6
40	17.3	15.2	12.2	8.8	6.4	5.1	5.6	7.5	10.5	13.8	16.5	17.8
50	17.1	14.1	10.5	6.6	4.1	2.8	3.3	5.2	8.5	12.5	16.0	17.8
60	16.6	12.7	8.4	4.3	1.9	0.8	1.2	2.9	6.2	10.7	15.2	17.5
70	16.5	11.2	6.1	1.9	0.1	0.8	3.8	8.8	14.5	18.1
80	17.3	10.5	3.6	1.3	7.1	15.0	18.9
90	17.6	10.7	1.9	7.0	15.3	19.3

W di Penman

Infiltrazione

L'acqua precipitata può raggiungere il suolo:

- direttamente;
- mediante la percolazione lungo il tronco dell'albero, una volta superata la capacità di intercettazione della vegetazione.



Procedendo nel terreno verso il basso troviamo:

- un primo strato molto permeabile;
- un secondo strato dove abbiamo sia infiltrazione per gravità che risalita per capillarità, in quanto l'acqua tende a riempire i meati più piccoli;
- una piccola fascia semisatura per la risalita capillare dalla falda;
- la falda freatica, completamente saturata.

La quantità d'acqua che si infiltra dipende dalle caratteristiche della SUPERFICIE e del SUBSTRATO.

Per la misura delle quantità d'infiltrazione possiamo usare l'INFILTROMETRO, ossia un dispositivo composto da due tubi concentrici infilzati nel terreno poroso e riempiti d'acqua: il tubo interno (diametro D_0) serve per misurare i flussi d'infiltrazione, quello esterno serve a confinare l'infiltrazione nel tubo interno in una sola direzione⁹.

Detta Q_i la portata in ingresso nel tubo interno, possiamo calcolare l'INTENSITÀ DI INFILTRAZIONE come:

$$f = \frac{Q_i}{\pi \frac{D_0^2}{4}}$$

Tale intensità non sarà costante nel tempo, ma seguirà una funzione definita dalle condizioni iniziali del terreno.

Nel caso di un terreno inizialmente secco avremo la funzione di Horton, riportata in figura, che ha la forma:

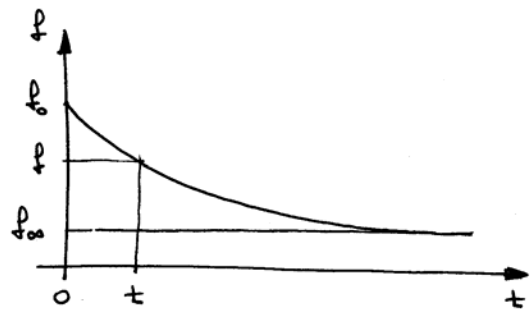
$$f = f_\infty + (f_0 - f_\infty) e^{-\frac{t}{k}}$$

Per un suolo tipico avremo i valori:

$$f_0 \cong 50 \div 150 \frac{mm}{h}$$

$$f_\infty \cong 5 \div 20 \frac{mm}{h}$$

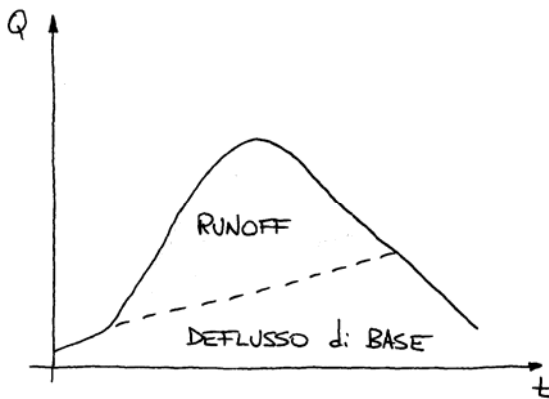
$$k \cong 0.2 \div 1h$$



⁹ Con un solo tubo, infatti, l'acqua si disperderebbe secondo un cono.

Ruscellamento

Tutta l'acqua precipitata viene infiltrata fintantoché l'intensità di pioggia j è inferiore all'intensità di infiltrazione f . Quando invece abbiamo $j > f$, la parte d'acqua $j - f$ può ristagnare sul terreno o, se la superficie è acclive, accumularsi negli invasi, muovendosi secondo la pendenza locale del terreno i_f . Questa visione costituisce il MECCANISMO HORTONIANO di genesi del deflusso superficiale, comunemente chiamato RUNOFF nella letteratura inglese.



Il runoff contribuisce molto velocemente al riempimento degli invasi: in un tipico idrogramma possiamo distinguere infatti:

- il CONTRIBUTO RAPIDO, dovuto alla sequenza pioggia → ruscellamento → canale, che determina in modo consistente la formazione dell'onda di piena;
- il DEFUSSO DI BASE, dovuto alla sequenza pioggia → infiltrazione → trasporto in falda → risorgiva → canale.

Una forma alternativa per tener conto del ruscellamento è il MECCANISMO AD AREA CONTRIBUENTE ALLA DUNNE, che calcola la quantità di acqua che ruscella con il coefficiente di afflusso $\phi = \frac{A_c}{A_b}$, dove A_c è l'area contribuente e A_b è l'area del bacino. Nell'area contribuente supponiamo che tutta l'acqua precipitata ruscelli, e quindi avremo $f = 0$; nella rimanente area $A_b - A_c$ supponiamo invece che tutta l'acqua si infiltri nel terreno, e quindi avremo $j < f$. Pertanto l'altezza totale di acqua precipitata nel bacino jA_b sarà ripartita:

- in acqua infiltrata nel terreno per la quantità $j(A_b - A_c) = jA_b(1 - \phi)$;
- in acqua che ruscella per la quantità $jA_c = jA_b\phi$.

Il valore di ϕ dipende dalla tipologia delle superfici del bacino; ad esempio per un bacino in ambito urbano avremo $\phi = 0.7 \div 0.95$ per le zone in cui ci sono molti tetti e $\phi = 0.05$ per parchi e giardini. Il coefficiente di afflusso generale per il bacino sarà poi la media pesata dei coefficienti delle varie zone.

Note di idraulica fluviale¹⁰

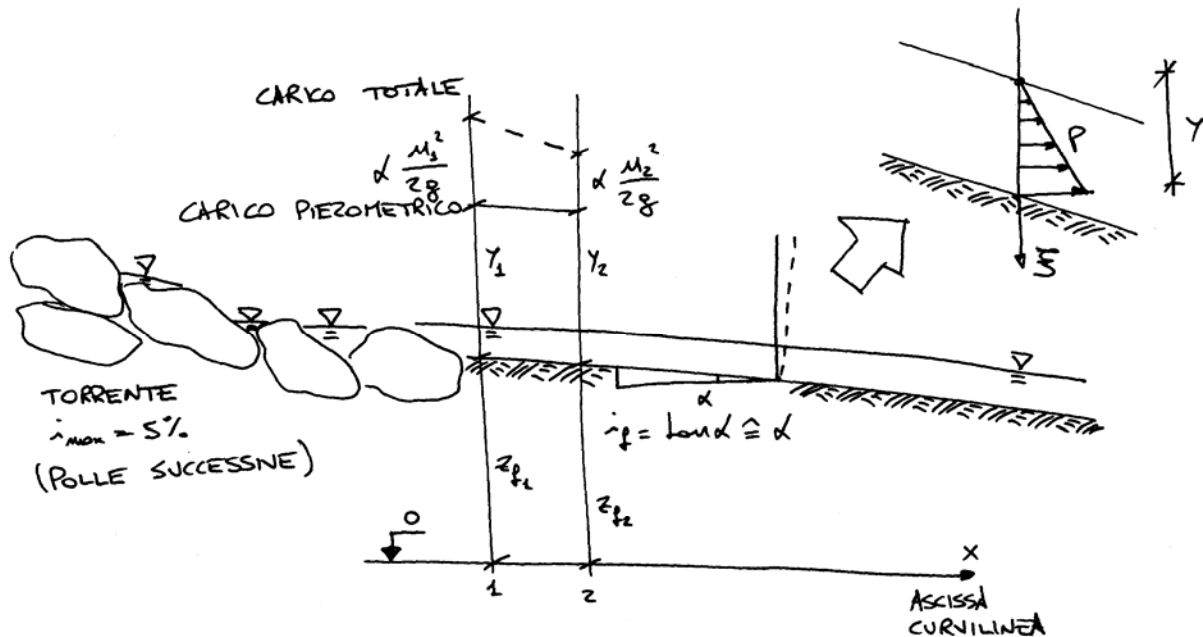
Lo studio dei moti dell'acqua nei canali è molto complessa, a meno di effettuare alcune importanti semplificazioni:

- trascuriamo gli scambi laterali per filtrazione ed esfiltrazione, in quanto avvengono a velocità molto basse;
- ignoriamo i flussi elicoidali che producono vortici distribuiti (causa ed effetto della forma del canale) e localizzati (dovuti ad elementi immersi o a brusche variazioni della sezione);

¹⁰ Vedi anche i miei appunti di Idraulica, capitolo *Moto nei canali*.

- consideriamo le sezioni normali al flusso come sezioni verticali, in virtù della debole pendenza dei canali;
- consideriamo parallele le traiettorie dei filetti fluidi, ossia definiamo una distribuzione idrostatica di pressione lungo la verticale;

In virtù di queste semplificazioni possiamo definire per il canale uno schema di moto monodimensionale (la componente principale di velocità è quella lungo l'asse) e un carico piezometrico costante lungo una sezione verticale.



Confronto con le correnti in pressione

A differenza di quanto accade con le correnti in pressione:

- non conosciamo a priori l'area della sezione trasversale, che varia fondamentalmente in funzione dell'altezza del pelo libero¹¹;
- non vale il metodo di costruzione grafica delle linee del carico piezometrico e dell'energia, che possono non essere parallele.

In analogia con le correnti in pressione, invece:

- possiamo avere canali in contropendenza, ossia tali che $i_f = -\frac{dz_f}{dx} > 0$;
- la linea del carico totale è sempre obliqua verso il basso ($\frac{dH}{dx} < 0$), a causa delle dissipazioni legate all'attrito.

In riferimento alla figura, abbiamo le espressioni:

$$Q = \int_{\Omega} (\bar{v} \cdot \bar{n}) d\Omega = \Omega u$$

$$u = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (\bar{v} \cdot \bar{n}) d\Omega = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} v d\Omega$$

$$K = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{v^2}{2g} d\Omega = \alpha \frac{u^2}{2g}$$

¹¹ Ovviamente avremo anche variazioni della sezione dovute al trasporto solido o all'erosione.

dove Ω è la sezione bagnata

u è la velocità media nella sezione

K è il carico cinetico

α è il coefficiente correttivo di Coriolis

$$h = y + z_f \quad (\text{carico piezometrico})$$

$$H = y + z_f + K = y + z_f + \alpha \frac{u^2}{2g} \quad (\text{carico totale})$$

$$E = y + K = y + \alpha \frac{u^2}{2g} \quad (\text{carico specifico})$$

Condizioni di moto uniforme

Il moto uniforme nei canali consiste nelle condizioni:

$$u(x,t) = u \quad \forall x, \forall t$$

$$y(x,t) = y \quad \forall x, \forall t$$

Tali condizioni sono realizzabili solamente negli alvei cilindrici¹², ossia quelli dove:

- le generatrici sono parallele;
- le sezioni sono tutte uguali;
- non si hanno variazioni di pendenza;
- l'asse è rettilineo.

Quando il moto è uniforme la trattazione della dinamica dei moti è molto semplificata, poichè la velocità media u è funzione della sola altezza del pelo libero, considerato che è lecito dire che la velocità non dipende dal numero di Reynolds, generalmente molto elevato.

La relazione $u = u(y)$ è espressa in varie maniere:

- la formula di CHEZY

$$u = \chi \sqrt{Ri_f}$$

dove χ è il coefficiente di scabrezza di Chezy

$$R = \frac{\Omega}{p} \quad \text{è il raggio idraulico}$$

p è il perimetro bagnato

che diventa generalmente $u = \chi \sqrt{yi_f}$ poiché gli alvei dei fiumi sono generalmente larghi e rettangolari;

- la formula di CHEZY ADIMENSIONALE

$$u = C \sqrt{gRi_f}$$

- la formula di GAUCKLER-STRICKLER

$$u = k_s R^{2/3} i_f^{1/3}$$

dove k_s è la costante di Gauckler-Strickler¹³

che parte dalla considerazione che χ dipende dal raggio idraulico;

¹² Nonostante ciò, nella pratica generalmente si effettua una forte approssimazione assumendo i moti nei corsi d'acqua come uniformi.

¹³ Valori comunemente usati di k_s : 60 per il cemento liscio; 35 ÷ 45 per alvei alluvionali regolari; 15 ÷ 20 per alvei ingombri e tortuosi.

- la formula di MANNING

$$u = \frac{1}{n} R^{2/3} i_f^{1/3}$$

che altro non è che la formula di Gauckler-Strickler con $n = \frac{1}{k_s}$.

Misure di Portata

La misura di una portata che scorre in un canale può essere effettuata:

- direttamente, misurando la velocità media dell'acqua in una sezione;
- indirettamente, misurando l'altezza del pelo libero;

supponendo il moto uniforme e conoscendo comunque a priori:

- la geometria della sezione;
- il valore di stima delle costanti di Chezy o di Gauckler-Strickler.

Misure indirette

Le misure indirette di portata, come detto, consistono nella misura delle quote del pelo libero, effettuate anch'esse direttamente o indirettamente mediante:

- delle aste graduate poste direttamente in alveo;
- un tubo in pvc immerso in un pozzo affiancato al corso d'acqua e collegato con l'alveo: in questo modo si evitano le perturbazioni ed è possibile predisporre un sistema di registrazione continua delle variazioni di quota;
- un bulbo immerso in una posizione fissa nell'alveo, che registra le variazioni di pressione dalle quali possiamo ricavare le differenze di quota;
- una bombola di gas che insuffla in un tubo con l'estremità immersa in acqua: il sistema è tarato per produrre sempre bolle di gas visibili all'esterno, e quindi le differenze di pressione permetteranno, come nel caso precedente, di ricavare le quote.

Queste misure sono molto semplici (e molto usate) dal punto di vista pratico, ma sono anche scarsamente precise, soprattutto nel lungo periodo per le modifiche alla sezione provocate dalle piene. Per ridurre gli errori vanno quindi integrate con saltuarie misure dirette.

Misure dirette

Le misure cosiddette dirette della portata consistono fondamentalmente in:

- misure puntuali di velocità;
- misure della diluizione di un tracciante nel tempo;
- inserzione di uno stramazzo e misura del battente d'acqua.

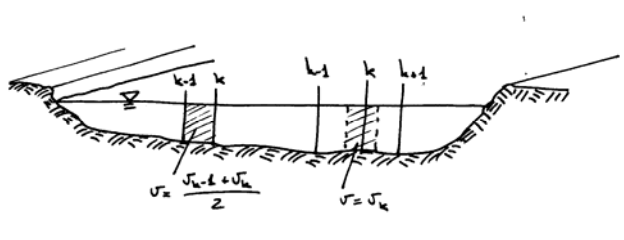
Le MISURE PUNTUALI DI VELOCITÀ sono effettuate con anemometri a mulinello, semplici o autodirezionanti nel verso della corrente, su 2 o 3 punti per diversi assi verticali sulla

stessa sezione. Nel caso di due misure abbiamo $v_i = \frac{v_{0.2H} + v_{0.8H}}{2}$ per ogni asse verticale i ,

mentre nel caso di tre misure avremo $v_i = \frac{v_{0.2H} + 2v_{0.6H} + v_{0.8H}}{4}$. La velocità media nella

sezione sarà poi ricavata eseguendo una media pesata in due maniere:

- possiamo assegnare la velocità $v_{m,k} = \frac{v_i + v_{i+1}}{2}$ alla k -esima area racchiusa tra gli assi verticali i ed $i+1$;
- possiamo assegnare la velocità $v_i = v_k$ alla k -esima area che ha i come asse.



Le MISURE DELLA DILUIZIONE DI UN TRACCIANTE¹⁴ NEL TEMPO sono fondamentalmente di due tipi:

- il primo metodo parte dalla considerazione che, se il rimescolamento del tracciante nell'acqua è completo, avremo la relazione:

$$Q_{canale} = q_{tracciante} \frac{C_{iniziale}}{C_{prelievo}}$$

- il secondo metodo parte dall'assunto che, dopo l'iniezione di un certo volume V di tracciante, la sua concentrazione nel corso d'acqua segue una certa funzione, che dipende dalla portata d'acqua nel canale, che può essere calcolata risolvendo l'integrale:

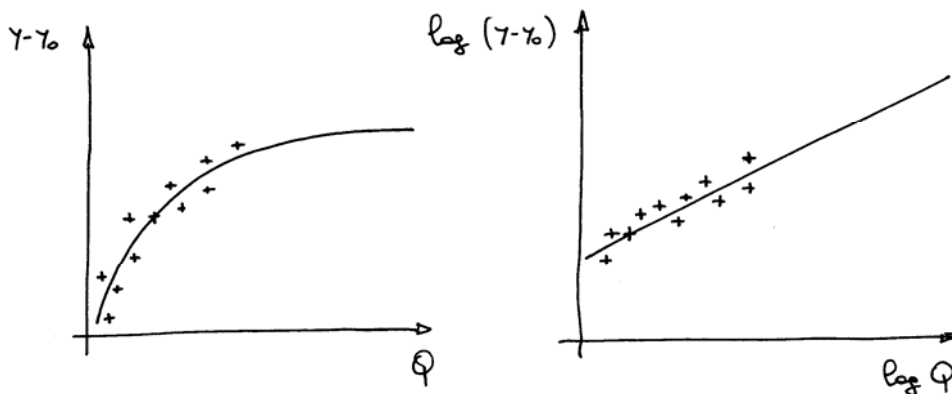
$$Q = \frac{VC_{iniziale}}{\int_0^T C(t) dt}$$

Il metodo più pratico di misure dirette di portata è comunque l'INSERZIONE DI UNO STRAMAZZO nel corso del fiume. La velocità nella sezione critica (costituita dallo stramazzo) dipende infatti dalla sola altezza del battente d'acqua y :

$$v_{sc} = k\sqrt{gy}$$

Scala delle portate

Come già detto, le misure di portata si eseguono allo scopo di determinare le relazione tra altezze idrometriche e portate, che prende il nome di scala delle portate. Essa si individua interpolando statisticamente con una curva analitica i punti che rappresentano, in un diagramma cartesiano, le osservazioni contemporanee di livello e di portata.



¹⁴ I più usati sono il cloruro di sodio ed il bicromato di sodio.

La curva interpolante più comune è:

$$Q = c(y - y_0)^\alpha$$

dove y_0 è la quota del punto più depresso dell'alveo rispetto allo zero idrometrico, mentre c ed α sono i parametri sui quali si interviene nella fase di fitting. Tale relazione è molto comoda quando si rappresenti la scala delle portate in scala logaritmica, poichè:

$$\log Q = \log c + \alpha \log(y - y_0)$$

e quindi la relazione risulta essere una retta.

L'errore relativo sulla portata risulta essere α volte l'errore relativo sul livello:

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{c\alpha(y - y_0)^{\alpha-1}}{c(y - y_0)^\alpha} = \alpha \frac{d(y - y_0)}{(y - y_0)}$$

e ciò comporta notevoli imprecisioni durante la fase di estrapolazione dei dati a partire dalla scala delle portate, almeno per i valori corrispondenti a portate di piena. Le osservazioni dirette di portata, infatti, si fermano sempre a livelli decisamente inferiori a quelli massimi, vista la notevole difficoltà di effettuare le misure durante una piena. Se la sezione è regolare, solitamente si estende la curva interpolante anche a livelli maggiori di quelli misurati. Bisogna fare però molta attenzione, poichè due curve che approssimano molto bene le misure possono divergere sensibilmente con il crescere dei livelli.

Quando invece la sezione è irregolare, come ad esempio per la presenza di una golena, si diagrammano le velocità medie in funzione dei livelli: la velocità cresce infatti in maniera piuttosto regolare al crescere del livello. La scala delle portate si ottiene poi moltiplicando il tratto della curva dove non abbiamo le misure di velocità per le aree ricavate mediante rilievo topografico. Procedendo in questa maniera, si riducono gli errori connessi alle stime della variazione dell'area con il crescere del livello.

In ogni caso gli alvei dei corsi d'acqua naturali non sono mai del tutto stabili, e quindi le scale di portata devono essere controllate con osservazioni periodiche e aggiornate ogni volta che si riscontra un cambiamento significativo.

Risposta idrologica

Le notevoli difficoltà connesse alla costruzione della scala delle portate possono essere evitate con l'analisi del MECCANISMO DI PRODUZIONE DELLE PORTATE all'interno di un bacino. Questa analisi si esplica nello studio delle TRASFORMAZIONI AFFLUSSI-DEFLUSSI, ossia nella determinazione dei deflussi causati nella sezione di chiusura dagli afflussi meteorici al bacino idrografico corrispondente, effettuata sostanzialmente per gli eventi di pioggia intensa che producono portate di piena.

Basi della modellazione

Lo studio della risposta idrologica in un bacino si avvale generalmente di un modello matematico semplificato che vede il bacino come un SISTEMA CHIUSO LINEARE:

- con una sola entrata ed una sola uscita CONCENTRATE, ossia dipendenti unicamente dal tempo;
- ADDITIVO, per il quale vale il principio della sovrapposizione degli effetti, ossia tale che da $j_1(t) \rightarrow Q_1(t)$ e $j_2(t) \rightarrow Q_2(t)$ segue $j_1(t) + j_2(t) \rightarrow Q_1(t) + Q_2(t)$;
- PROPORZIONALE, ossia tale che da $j(t) \rightarrow Q(t)$ segue $kj(t) \rightarrow kQ(t)$;

- INVARIANTE, ossia tale che la risposta non dipende dall'istante iniziale;
- che soddisfi alla condizione di CONTINUITÀ, esplicabile nell'uguaglianza:

$$A_b \int_0^{\infty} j(t) dt = V_{\text{pioggia}} = V_{\text{deflusso}} = \int_0^{\infty} Q(t) dt$$

Depurazione delle piogge

La condizione di continuità è certamente verificata in un intervallo di tempo infinito, ma nel periodo di riferimento per la modellazione abbiamo:

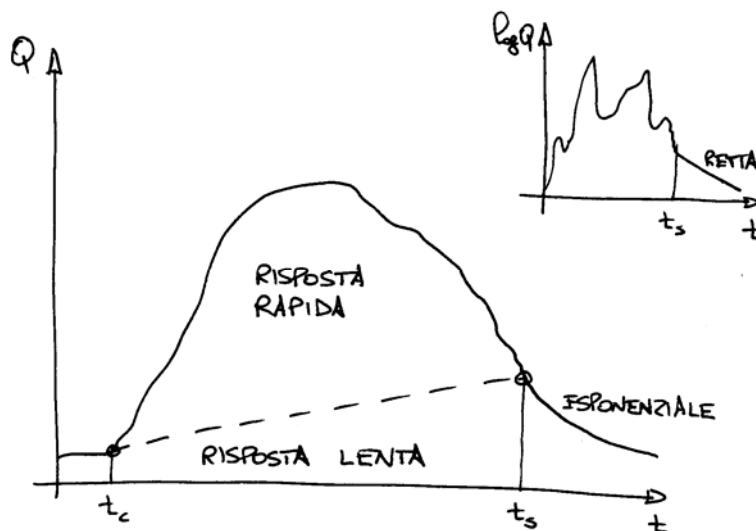
- una notevole quantità di acqua che si infiltra nel terreno e viene restituita al deflusso superficiale dopo molto tempo;
- una cospicua quantità d'acqua che evapora.

Di fronte a queste problematiche, al fine di costruire un modello il più possibile aderente alla realtà, è necessario ripartire l'intensità di pioggia $j(t)$ nelle tre componenti:

- di ruscellamento $r(t)$, che darà la risposta rapida di portata $Q_R(t)$ alla sezione di chiusura;
- di infiltrazione $f(t)$, che darà la risposta base di portata $q_B(t)$ alla sezione di chiusura;
- di evaporazione $e(t)$, che considereremo persa dal sistema.

Portata rapida

A fronte di quanto appena detto, nel modello considereremo la sola componente di ruscellamento per l'intensità di pioggia in termini di portata alla sezione di chiusura. Dovremo quindi individuare la sola componente rapida di portata, che è comunque di un ordine di grandezza maggiore della componente di base. Il modo più pratico per fare ciò è considerare, nell'idrogramma, il segmento che congiunge i punti di comparsa e scomparsa della componente rapida. Mentre il primo è facilmente identificabile per via grafica, il secondo pone problemi maggiori.

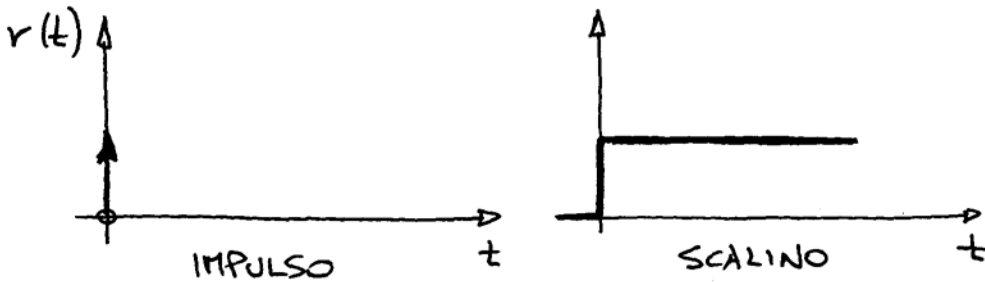


Il metodo più utilizzato per rintracciare il punto di scomparsa è il fitting mediante le CURVE DI ESAURIMENTO DELLE SORGENTI: si ipotizza che il deflusso di base post-piena sia legato all'esaurimento delle sorgenti, che seguono un decadimento esponenziale nel piano cartesiano e rettilineo nel piano semilogaritmico.

Idrogramma Unitario Istantaneo

Dopo aver definito l'afflusso efficace $r(t)$ e la risposta rapida $Q_R(t)$ possiamo modellare le relazioni che li legano con due funzioni empiriche:

- la risposta all'impulso o IUH;
- la risposta allo scalino o funzione di Heavyside, che altro non è che l'integrale generalizzato dell'IUH.



Definiamo l'idrogramma unitario istantaneo¹⁵ come una pioggia di durata infinitesima, intensità infinita ed altezza unitaria, tale che:

$$\int_0^{\infty} r(t) dt = 1$$

Al tempo t^* unitario potremo esprimere l'intensità di pioggia netta come $r(t^*)\delta(t^*)$, dove $\delta(t^*)$ è l'impulso unitario. Detta $u(t)$ funzione di risposta all'impulso unitario (che definiremo), diciamo che $r(t^*)\delta(t^*) = r(t^*)u(t-t^*)$.

A questo punto, per come è stato costruito il modello, la portata alla sezione di chiusura sarà data dall'integrale di convoluzione:

$$Q(t) = \int_0^t r(\tau)u(t-\tau) d\tau$$

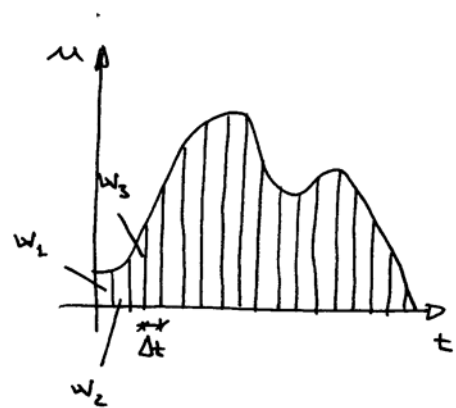
calcolato solitamente in forma numerica vista la non analiticità di $r(t)$.

Le misure di pioggia sono infatti discrete, in quanto riferite alla singola giornata, e pertanto avremo:

$$Q(t) = \sum_{k=1}^t r_k w_{t-k+1}$$

dopo aver definito la funzione discreta $w(k)$, dove

$$w_k = \int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t} u(t) dt$$



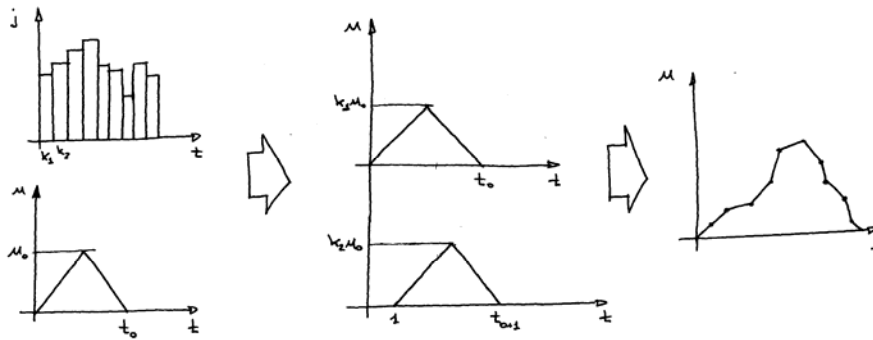
ESEMPIO

Supponiamo di avere come dato lo ietogramma discreto di figura, dove possiamo vedere ogni misura di pioggia netta come il prodotto di una costante k per la pioggia netta unitaria. Definiamo poi una funzione di risposta

“a triangolo”, che raggiunga linearmente il picco u_0 al tempo $\frac{u_0}{2}$.

¹⁵ Sigla IUH, dall'inglese Instantaneous Unitary Hydrograph.

Per ogni valore di pioggia avremo una risposta pari a ku_0 differita unitariamente nel tempo; sommando tutte le risposte e componendo la funzione, avremo l'idrogramma finale.



La funzione di risposta deve essere una funzione tale che:

- $\int_0^{\infty} u(t) dt = 1$ per la condizione di continuità;
- $u(t) \geq 0$ in tutto il dominio;
- $Q(t) = \int_0^t r(\tau) u(t - \tau) d\tau$.

che possiamo trovare seguendo due vie.

Quando abbiamo a disposizione MISURE DIRETTE di portata la $u(t)$ può essere ricavata mediante fitting, solitamente con il metodo dei minimi quadrati. Definita la risposta rapida $Q_R(t)$, si cerca la pioggia efficace $r(t)$ che soddisfi alla relazione

$$\sum_k Q_k \Delta t = \sum_k r_k \Delta t$$

mediante il ruscellamento alla Horton ($r_k = j_k (f_k + e_k)$) o il meccanismo ad area contribuente ($r_k = \phi j_k$). Una volta tarata la funzione, il metodo delle misure dirette è molto utile per fare previsioni.

Quando invece non abbiamo a disposizione misure dirette possiamo procedere adoperando CRITERI ESTERNI di sintesi di una funzione di risposta:

- usiamo IUH già tarati che possiamo parametrizzare sulle caratteristiche topografiche del bacino;
- usiamo dei modelli concettuali, ossia forti schematizzazioni di un meccanismo di formazione del deflusso;
- usiamo la via di mezzo, ossia modelli concettuali basati sulla topografia del bacino, detti MODELLI GEOMORFOLOGICI.

Modelli geomorfologici

Modello della corrivazione

Il modello geomorfologico della corrivazione, detto anche metodo cinematico, è molto utilizzato nel campo della progettazione di reti artificiali, quali fognature e bonifiche. Si parte dalla considerazione che, per ogni particella d'acqua che si trovi in un generico punto P del bacino, esiste un solo percorso con il quale essa raggiunge la sezione di chiusura. Inoltre si suppone che né il percorso né la velocità di percorrenza (assunta costante) siano funzioni dell'intensità di pioggia.

Detto $t_c(P) = \frac{L_{PS}}{\bar{v}_p}$ il TEMPO DI CORRIVAZIONE del

punto P , ossia il tempo che la particella impiega a raggiungere la sezione di chiusura, potremo definire topograficamente delle curve, dette isocorrive, che collegano tutti i punti del bacino con lo stesso tempo di corrivazione.

L'isocorriva $t_c(P) = t^*$ sarà la linea di demarcazione tra l'area A^* del bacino dove, al tempo t^* , la pioggia contribuisce alla portata nella sezione di chiusura, e quella dove la pioggia è ancora in viaggio. Avremo così

$$Q(t^*) = \frac{A^*}{A_b} r(t^*)$$

dove $r(t)$ è unitaria e costante nel tempo, poiché definita dalla risposta allo scalino.

Definiamo poi il tempo di corrivazione del bacino T_c come il massimo tra tutti i tempi di corrivazione dei punti appartenenti al bacino. Ovviamente sarà $A^* = A_b$ per $t \geq T_c$.

Abbiamo così trovato la nostra

$$u(t) = \frac{ds(t)}{dt}, \text{ dove la funzione } s(t) = \frac{A^*}{A_b}$$

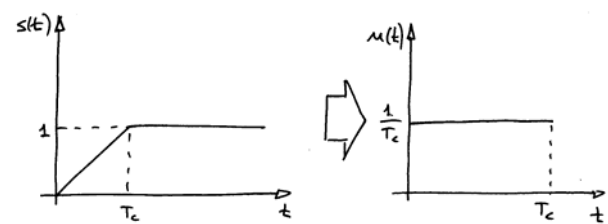
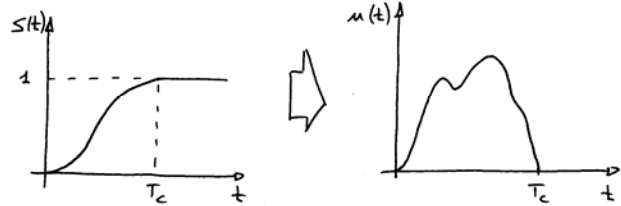
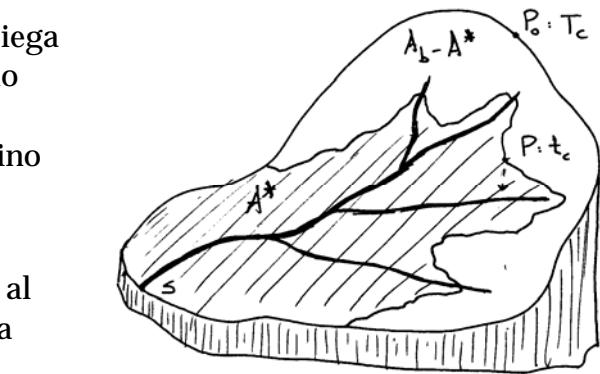
dipende dalla topografia del sistema.

Possiamo semplificare le cose utilizzando il metodo della corrivazione lineare,

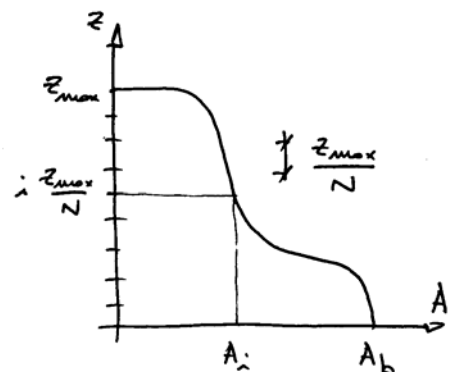
supponendo $A^*(t)$ lineare. Avremo così:

$$s(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0 \\ \frac{t}{T_c} & \text{per } 0 < t < T_c \\ 1 & \text{per } t \geq T_c \end{cases}$$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0 \wedge t \geq T_c \\ \frac{1}{T_c} & \text{per } 0 < t < T_c \end{cases}$$



Il problema fondamentale che si incontra utilizzando il metodo della corrivazione è la definizione dei tempi di corrivazione, e quindi delle linee isocorrive. Una forte semplificazione è data dal METODO DI VIPARELLI: si assume che le isocorrive possano essere confuse con le isoipse, ossia con le curve di livello, in una carta topografica; è infatti intuitivo riconoscere che una particella posta ad un livello più alto di un'altra stia più tempo a raggiungere la sezione di chiusura, in quanto più lontana. A partire da questa assunzione possiamo costruire delle curve, dette ipsografiche, che



evidenziano l'area relativa ad una certa quota. Benché la semplificazione sia molto forte, il metodo è largamente usato per la facilità di realizzazione.

Un altro metodo piuttosto semplice è quello di considerare le linee isocorrive unicamente in base alla loro DISTANZA dalla sezione di chiusura.

Un metodo leggermente più elaborato del precedente è quello di assumere la velocità come proporzionale alla PENDENZA media del segmento che congiunge il punto P e la sezione di chiusura; avremo così:

$$t_c(P) = \frac{L_p}{v} = \frac{L_p}{\frac{H_p^{0.5}}{\sqrt{L_p}}} = \frac{L_p^{1.5}}{H_p^{0.5}}$$

e possiamo, anche in questo caso, creare dei diagrammi ipsografici $\left(A(t_c); t_c = \frac{L_p^{1.5}}{H_p^{0.5}} \right)$.

Una volta che si ha a disposizione la curva ipsografica del bacino è possibile calcolare l'importante RELAZIONE DI GIANDOTTI, che consiste definisce il tempo di corrivazione del bacino come:

$$T_c = \frac{4\sqrt{A_b} + 1.5L_{p_0}}{0.8\sqrt{\bar{H}}}$$

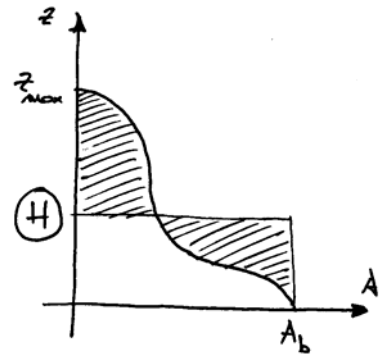
dove $A_b [km^2]$ è la superficie del bacino;

$L_{p_0} [km]$ è la distanza del punto più lontano dalla

sezione di chiusura;

$\bar{H} [m]$ è l'altitudine media del bacino.

Un metodo abbastanza immediato per ottenere l'altitudine media è infatti quello trovare la linea orizzontale che eguaglia le due aree di figura.



Modello dell'invaso

Un altro modello geomorfologico molto usato, soprattutto nella progettazione delle reti di drenaggio urbane, è il MODELLO DELL'INVASO LINEARE, che schematizza il bacino come un solo serbatoio lineare. Si parte dalla considerazione che la differenza tra la pioggia $r(t)$ entrante nel bacino e la portata $Q(t)$ alla sezione in uscita, relative entrambe allo stesso istante t , non è altro che la derivata rispetto al tempo del volume W invasato dal bacino:

$$r(t) - Q(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

Ipotizziamo che il volume invasato vari linearmente con la portata uscente secondo una costante $k [s^{-1}]$:

$$W = kQ$$

Abbiamo così:

$$k \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = r(t)$$

$$e^{\frac{t}{k}} \left(k \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) \right) = e^{\frac{t}{k}} r(t)$$

$$ke^{\frac{t}{k}} \frac{dQ(t)}{dt} + e^{\frac{t}{k}} Q(t) = e^{\frac{t}{k}} r(t)$$

$$\frac{d}{dt} \left(k e^{\frac{t}{k}} Q(t) \right) = e^{\frac{t}{k}} r(t)$$

$$k e^{\frac{t}{k}} Q(t) = \int_0^t e^{\frac{\tau}{k}} r(\tau) d\tau$$

Indicando con Q_0 la portata che defluisce al tempo $t = 0$ attraverso la sezione di chiusura, possiamo scrivere:

$$Q(t) = Q_0 + \int_0^t \frac{e^{-\frac{(t-\tau)}{k}}}{k} r(\tau) d\tau$$

dove $\frac{e^{-\frac{(t-\tau)}{k}}}{k} = u(t-\tau)$ è l'IUH definito con il metodo dell'invaso lineare.

Possiamo poi ipotizzare che la pioggia affluente sia costante per un tempo che va da 0 a T , dove T è la durata della precipitazione, così da portare fuori dal segno di integrale la pioggia $r(\tau)$ ed ottenere la semplice equazione:

$$Q(t) = Q_0 + r \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right)$$

Possiamo così ritrovare, nell'idrogramma di figura¹⁶, le aree:

1. volume W^* invasato durante la pioggia (differenza tra volume riversato e volume defluito durante la pioggia);
2. volume defluito attraverso la sezione di chiusura durante la pioggia;
3. volume defluito attraverso la sezione di chiusura dopo la durata di pioggia.

Sempre in riferimento alla figura, possiamo individuare le due curve:

- a. $Q(t) = r \left(1 - e^{-\frac{t}{k}} \right)$;
- b. $Q(t) = Q_{\max} e^{-\frac{(t-T)}{k}}$ (esaurimento delle sorgenti).

Il parametro k è definito come:

$$k = \frac{W^*}{Q_{\max}}$$

A partire da queste considerazioni, possiamo inoltre definire alcuni parametri importanti per la caratterizzazione del bacino, come:

- il rapporto di riduzione della portata al colmo di piena $\varepsilon = \frac{Q_{\max}}{r}$, sempre minore di 1 poiché da $1 - \frac{Q_{\max}}{r} = e^{-\frac{T}{k}}$ segue $\ln \left(1 - \frac{Q_{\max}}{r} \right) = -\frac{T Q_{\max}}{W^*}$;
- il rapporto $\bar{W} = \frac{W^*}{rT}$ tra invaso massimo nel bacino e volume di pioggia caduta, anch'esso sempre minore di 1 ed esprimibile anche come $\bar{W} = \frac{\varepsilon}{\ln(1-\varepsilon)}$.

¹⁶ Dove trascuriamo la portata Q_0 .

Modello di Nash

Il modello geomorfologico di Nash studia il bacino come una serie di n serbatoi lineari in cascata. Il modello sarebbe così teoricamente individuato da n parametri, corrispondenti alle costanti di tempo dei serbatoi, e ciò permetterebbe di considerare una maggiore varietà di IUH, al fine di adattarli alla varietà delle osservazioni. Nella formulazione di Nash, però, il modello considera serbatoi tutti uguali tra loro, vista la difficoltà nella stima dei parametri: in tal modo si riduce il numero delle stime da n a 2, come vedremo.

Riempiamo istantaneamente il primo serbatoio della serie con un volume W_0 ; supponiamo di avere, all'istante iniziale $t=0$, una portata Q_0 ed una pioggia $r=0$ poiché abbiamo supposto che il serbatoio è stato riempito istantaneamente. Avremo poi $V_0 = kQ_0$ per la

linearità del serbatoio e quindi possiamo definire $Q_0 = \frac{V_0}{k}$. Abbiamo inoltre:

$$Q = -\frac{dW}{dt} = -\frac{d(kQ)}{dt} = -k \frac{dQ}{dt} \Rightarrow k \frac{dQ}{dt} + Q = 0$$

La portata che defluisce dal primo serbatoio sarà poi data dall'espressione dell'esaurimento delle sorgenti:

$$Q_1 = Q_0 e^{-\frac{t}{k}} = \frac{V_0}{k} e^{-\frac{t}{k}}$$

Per quanto riguarda il secondo serbatoio abbiamo un'entrata pari a Q_1 ed un'uscita pari a

Q_2 ; possiamo così sostituire Q_1 a r nella $r(t) - Q(t) = \frac{dW(t)}{dt}$ ed otteniamo:

$$\frac{dW_2}{dt} = \frac{V_0}{k} e^{-\frac{t}{k}} - Q_2 = k \frac{dQ_2}{dt}$$

Moltiplicando poi entrambi i membri per $e^{\frac{t}{k}}$ otteniamo:

$$\frac{V_0}{k} = Q_2 e^{\frac{t}{k}} + k e^{\frac{t}{k}} \frac{dQ_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(k e^{\frac{t}{k}} Q_2 \right)$$

Integrando con condizioni iniziali $Q_2 = 0$ per $t=0$ abbiamo:

$$Q_2 = \frac{V_0}{k^2} e^{-\frac{t}{k}} = \frac{V_0}{k} e^{-\frac{t}{k}} \frac{\left(\frac{t}{k}\right)^{2-1}}{2-1}$$

Estendendo poi il risultato all' n -esimo serbatoio avremo:

$$Q_n = \frac{V_0}{k} e^{-\frac{t}{k}} \frac{\left(\frac{t}{k}\right)^{n-1}}{(n-1)!} = \frac{V_0}{k} e^{-\frac{t}{k}} \frac{\left(\frac{t}{k}\right)^{n-1}}{\Gamma(n)}$$

La Q_n rappresenta la portata che defluisce alla sezione di chiusura del bacino in funzione del tempo. I due soli parametri, n e k , sono stimati in base a considerazioni su una scala delle portate costruita mediante misurazioni.

Possiamo verificare la validità di quest'ultima equazione: come detto nel paragrafo precedente, l'IUH di un

serbatoio lineare è $\frac{e^{-\frac{(t-\tau)}{k}}}{k}$; l'IUH corrispondente a due serbatoi in serie sarà dato invece dalla convoluzione dei relativi idrogrammi unitari istantanei:

$$u(t-\tau) = \int_0^t \frac{e^{-\frac{t-\tau}{k}}}{k} \frac{e^{-\frac{t-\tau}{k}}}{k} d\tau = \frac{e^{-\frac{t}{k}}}{k^2} \int_0^t d\tau = \frac{te^{-\frac{t}{k}}}{k^2} = \frac{1}{k} e^{-\frac{t}{k}} \left(\frac{t}{k}\right)^{2-1}$$

e tale risultato sarà facilmente estendibile al caso di n serbatoi.

Morfologia fluviale

Trasporto solido

Nei canali naturali avremo, oltre al trasporto d'acqua, un trasporto solido dei sedimenti che si trovano sulle pareti e sul fondo del corso d'acqua. Tali sedimenti sono costituiti da materiale granulare derivante dalla degradazione chimica o dall'erosione meccanica delle rocce ad opera degli eventi atmosferici e del ruscellamento.

Il fenomeno è variabile nel tempo in funzione della portata d'acqua che ruscella, ma è comunque difficile da quantificare e quindi da usare per risalire alle variazioni della geometria dell'alveo.

Il singolo granello è soggetto:

- alla forza peso verso il basso;
- alla spinta di Archimede o forza di galleggiamento verso l'alto;
- alla spinta da parte dell'acqua nelle direzione e nel verso della corrente;
- all'attrito contro le pareti, nel caso ci sia contatto granello-parete.

Le fasi che costituiscono il fenomeno del trasporto solido sono:

- la fase di EROSIONE, durante la quale il materiale depositato viene messo in movimento dalla corrente;
- la fase del TRASPORTO vero e proprio del sedimento verso valle;
- la fase della DEPOSIZIONE, detta anche di alluviamiento, durante la quale le forze peso e di attrito vincono la spinta dell'acqua e il sedimento può ridepositarsi.

Classificazione degli alvei fluviali

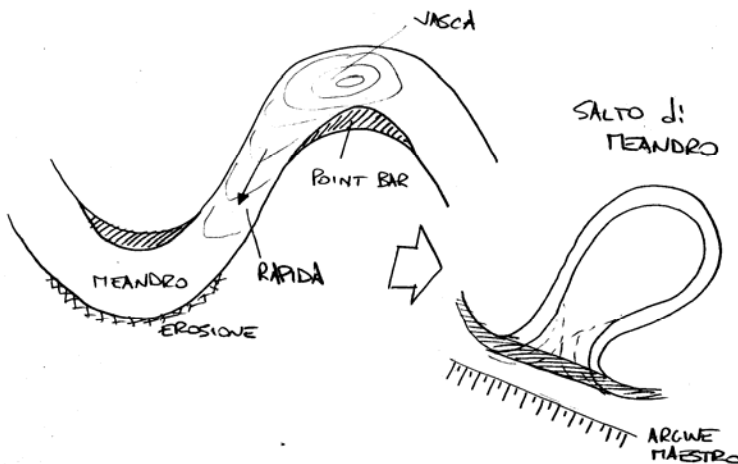
In funzione della fase predominante, possiamo distinguere fra tre tipi di alvei.

I CANALI IN EROSIONE sono caratterizzati da tratti ripidi e correnti piuttosto veloci; i grani non si depositano e la geometria dell'alveo è determinata dalle cosiddette SOGLIE GEOLOGICHE, ossia da strati rocciosi difficilmente alterabili. Per tale motivo il canale si presenta solitamente come una successione di vasche e cascate.

I CANALI DI TRASPORTO sono invece caratterizzati da pendenze medie e un sostanziale equilibrio tra materiale depositato ed eroso, almeno nel lungo periodo: vista la variabilità delle correnti, le fasi di erosione e di deposito avvengono solitamente in tempi diversi.

L'alveo ha dimensioni molto variabili: l'acqua ha scavato fino alle soglie geologiche nelle fasi di piena, riempiendo poi l'invaso con il materiale. I canali non limitati dalle soglie geologiche si chiamano canali in CONOIDE, per la forma più o meno accentuata che il letto assume in questo caso. Possiamo anche trovare dei cuscini di materiale che non vengono sommersi dall'acqua, detti BARRE o lenti; in questo caso il letto del fiume sarà a canali multipli (almeno nelle fasi di piena) e sarà chiamato BRAIDEO. In generale, però, il fiume tende a creare un canale di scorrimento privilegiato pressoché rettilineo, almeno nella fase di deflusso normale. Le sponde tendono ad essere molto basse e lontane dal canale di scorrimento.

I CANALI IN DEPOSITO, infine, sono caratterizzati da pendenze medie. Sul fondo troviamo materiale piuttosto grossolano, mentre nelle sponde abbiamo sedimenti più fini. L'alveo è molto sinuoso, a causa del processo di MIGRAZIONE DEI MEANDRI: sulla sponda convessa del meandro si formano delle barre laterali, dette POINT BARS, a causa del continuo deposito di materiale; la tendenza dell'acqua a mantenere costante la velocità di deflusso porta all'erosione della sponda concava, e così il canale di scorrimento si sposta verso l'esterno. Viene così a crearsi la tipica successione di due meandri con concavità opposte, dovuta alla sequenza di POOL-RIFFLE: abbiamo una vasca di erosione in corrispondenza del meandro, ed una rapida in corrispondenza del tratto rettilineo di collegamento tra i due meandri. Con l'andare del tempo può avvenire il SALTO DI MEANDRO, ossia la chiusura del meandro per l'erosione della sponda concava, che solitamente viene rinforzata artificialmente al fine di scongiurare questa eventualità. In altri casi si predispongono degli ARGINI MAESTRI all'esterno dell'area di influenza del salto di meandro, lasciando eventualmente anche del terreno golenale.



Caratterizzazione dei sedimenti

Il sedimento proviene solitamente dalla disgregazione di rocce molli, delle dimensioni più varie. Le valutazioni da eseguire sono fondamentalmente la misura della densità,

solitamente pari a $25 \div 27 \frac{kN}{m^3}$, e la distribuzione granulometrica.

Questa si ottiene misurando il diametro medio del singolo sedimento (visto come ellissoide) con i metodi indiretti della vagliatura e dell'aerometria. Per quanto riguarda la vagliatura, in base alle percentuali di passante ai vari setacci possiamo costruire la curva granulometrica, almeno per i sedimenti compresi tra le ghiaie e le argille. Per i sedimenti con diametri minori di quelli delle argille usiamo l'aerometria, mentre per sedimenti con diametri maggiori di quelli delle ghiaie la determinazione della curva è più difficile.

Il campionamento avviene generalmente in due modi diversi, che vengono combinati:

- possiamo prelevare il campione (generalmente 100 elementi) direttamente in superficie con un metodo assolutamente casuale, misurando con un calibro i diametri medi;
- possiamo invece sovrapporre al tratto da misurare una griglia ideale, con un lato di maglia maggiore del diametro più elevato misurato con il metodo casuale; misureremo quindi i diametri medi dei sedimenti che stanno sotto ad ogni nodo della maglia.

Con entrambi questi metodi non sarà ovviamente possibile misurare diametri troppo piccoli: ottenuta la curva granulometrica del materiale misurabile, possiamo definire la granulometria del materiale non misurabile mediante la formula:

$$\phi_k = \Phi p_k \quad @@@$$

dove p_k è la percentuale granulometrica relativa al diametro ϕ_k ottenuta per vagliatura

Stabilità

Le condizioni critiche di trasporto al fondo del canale sono state ampiamente studiate dalla teoria di Shields. In base a tale teoria consideriamo la tensione tangenziale media al fondo, dovuta all'attrito sul perimetro bagnato ed esprimibile come:

$$\tau = \gamma R j$$

dove $j = -\frac{dH}{dx}$ è la perdita di energia per attrito;

γ è il peso specifico dell'acqua;

il raggio idraulico R è solitamente esprimibile come l'altezza del pelo libero, almeno per canali rettangolari bassi e larghi.

Ci sarà una certa tensione tale da muovere i granuli, detta $\tau_{critica}$, funzione della viscosità μ e della densità ρ dell'acqua, e della densità ρ_s e del diametro ϕ_s del solido.

La resistenza al moto da parte del solido, poi, è proporzionale all'espressione:

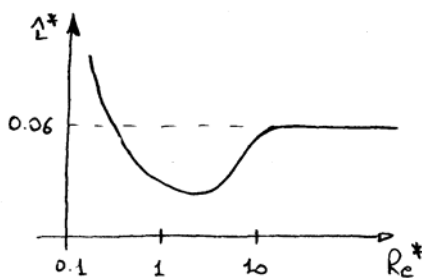
$$(\rho_s - \rho) g \phi_s^3$$

mentre il trascinamento sarà proporzionale a:

$$\tau_{critica} \phi_s^2$$

La condizione critica è data dall'uguaglianza tra resistenza e trascinamento, e quindi possiamo scrivere:

$$\tau_{critica} = \tau^* (\rho_s - \rho) g \phi_s = \tau^* (\gamma_s - \gamma) \phi_s$$



Il coefficiente $\tau^* = \frac{\tau_{critica}}{(\gamma_s - \gamma) \phi_s}$ va ottenuto

sperimentalmente a partire dal grafico di τ^* in funzione

del numero di Reynolds $Re^* = \frac{v^* \phi_s}{\nu} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{\phi_s}{\nu}$ relativo al

granulo. In genere, almeno per quanto riguarda i fiumi

italiani, tale grafico si stabilizza al crescere di Re^*

attorno a $\tau^* = 0.06$, che rappresenta la condizione di staticità del trasporto solido.