

Università degli Studi di Trieste
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Civile

Corso di Geotecnica
Prof.ssa Darinka Battelino
A.A. 2003-2004

QUADERNO
DEGLI
ESERCIZI

Studente: **Paolo Martinis**

INDICE

Indice	2
I TERRENI	3
Analisi granulometrica	4
Esercizio 1.1	4
Relazione tra le fasi	6
Esercizio 1.2	7
Esercizio 1.3	7
Esercizio 1.4	7
Prova geosismica	8
Esercizio 1.5	9
Esercizio 1.6	10
TENSIONI LITOSTATICHE	12
Tensioni Verticali	12
Esercizio 2.1	13
Esercizio 2.2	14
Esercizio 2.3	17
Esercizio 2.4	19
Sovraccarichi	21
Esercizio 2.5	22
PROVE DI LABORATORIO	25
Stati tensionali	25
Esercizio 3.1	25
Permeabilità	26
Esercizio 3.2	27
Esercizio 3.3	27
Prova triassiale	28
Esercizio 3.4	28
Esercizio 3.5	29
CONSOLIDAZIONE	30
Consolidazione monodimensionale	30
Esercizio 4.1	32
Dreni verticali	34
Esercizio 4.2	36
OPERE DI SOSTEGNO	40
Analisi limite	40
Esercizio 5.1	40
Spinte	42
Esercizio 5.2	43
Verifiche di stabilità	45
Esercizio 5.3	45

I TERRENI

I terreni costituiscono la parte più superficiale della crosta terrestre e sono essenzialmente il prodotto dell'alterazione delle rocce dovuta a fattori climatici e ambientali.

Dal punto di vista fisico i terreni sono mezzi multifase:

- la fase solida è costituita da granuli, in genere frammenti di roccia o particelle di argilla;
- le fasi liquida e gassosa, costituite da acqua, aria e vapore acqueo, occupano gli spazi tra i granuli solidi.

Possiamo definire il terreno:

- saturo quando viene a mancare la fase gassosa;
- asciutto quando manca la fase liquida;
- parzialmente saturo o non saturo quando sono presenti entrambe le fasi liquida e gassosa.

Le proprietà meccaniche di un terreno, ossia resistenza e rigidità, dipendono:

- dalla natura dei granelli, ossia dal materiale che li costituisce;
- dallo stato del terreno, ossia dalla mutua disposizione dei granelli.

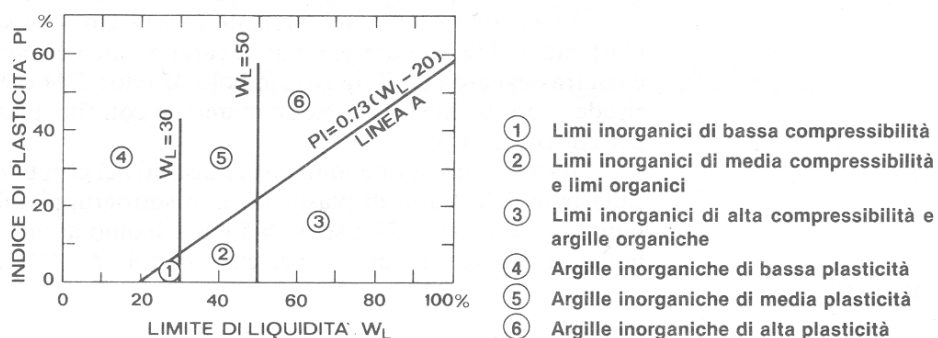
Dal punto di vista dell'Ingegneria Geotecnica, la classificazione dei terreni consiste nel raggrupparli in classi con comportamento meccanico omogeneo. Si è visto che tale comportamento dipende dalle dimensioni dei granuli (granulometria), che variano in un intervallo piuttosto ampio (0.002÷60mm) e non sono mai uniformi nello stesso campione di terreno. L'assortimento granulometrico, ossia il rapporto tra il numero dei granuli di varie misure presenti nel terreno, ci permette di operare una prima distinzione:

- i terreni a grana grossa (ghiaie e sabbie) sono quelli costituiti da una frazione passante al setaccio 200 ($\varnothing_{\text{maglia}}=0,074\text{mm}$) minore del 50%; il loro comportamento meccanico è molto simile a quello di un insieme di biglie di varie dimensioni: se asciutti, le forze di superficie sono trascurabili rispetto a quelle meccaniche derivanti dal peso proprio;
- i terreni a grana fine (limi e argille) sono quelli costituiti da una frazione passante al setaccio 200 maggiore del 50%; tali particelle possono subire significative variazioni di volume per effetto di applicazione di carichi o in seguito a variazioni del contenuto d'acqua, e inoltre le forze di superficie assumono grande rilevanza nel loro comportamento meccanico.

Esistono varie classificazioni dei terreni in base alla loro granulometria, il più usato dei quali è il Sistema Unificato (USCS):

	Gruppo	Descrizione	Sottogruppo	Caratteristiche
Terreni a grana grossa passante al 200 \leq 50%	G	Ghiaie La maggior parte della frazione è trattenuta al setaccio 4.	GW	fine < 5%; C > 4
			GP	fine < 5%; C < 4
			GM	fine > 12%; PI < 4, sotto retta A
			GC	fine > 12%; PI > 7, sopra retta A
	S	Sabbie La maggior parte della frazione passa al setaccio 4.	SW	fine < 5%; C > 4
			SP	fine < 5%; C < 6
			SM	fine > 12%; PI < 4, sotto retta A
			SC	fine > 12%; PI > 7, sopra retta A
Terreni a grana fine passante al 200 > 50%	C	Argille inorganiche	CL	$W_L < 50\%$
			CH	$W_L > 50\%$
	M	Limi inorganici	ML	$W_L < 50\%$
			MH	$W_L > 50\%$
	O	Limi e argille organici	OL	$W_L < 50\%$
			OH	$W_L > 50\%$

Nel caso dei limi e delle argille il comportamento meccanico è maggiormente influenzato dal tipo di minerali che compongono i granuli piuttosto che dalla loro dimensione: si fa ricorso quindi al sistema di classificazione di Casagrande, basato sui “limiti di Atterberg¹”, che prede in considerazione il limite liquido W_L e l’indice di plasticità PI (la differenza tra limite liquido e limite plastico). La classificazione si effettua osservando in quale campo della carta di plasticità cadono i valori ottenuti dal nostro provino:



ANALISI GRANULOMETRICA

Esercizio 1.1

La stacciatura di un campione di terreno del peso di 500g ha dato i seguenti risultati:

Setaccio	Diametro Trattenuto	
	mm	g
4	4.7	20
16	1.19	50
30	0.59	45
40	0.42	75
50	0.297	60
60	0.25	20
80	0.177	20
100	0.149	50
120	0.125	65
170	0.088	35
200	0.074	35

¹ I limiti di Atterberg determinano i passaggi tra gli stati solido, plastico e liquido del materiale e si ottengono con prove standardizzate:

- il limite liquido (passaggio plastico-liquido) è il contenuto d’acqua in corrispondenza del quale il terreno possiede una resistenza al taglio così piccola che un solco praticato su di un campione rimaneggiato si richiude quando il cucchiaino che lo contiene è sollecitato con 25 colpi; la sua determinazione si esegue ripetendo le prove sullo stesso campione con la progressiva aggiunta di acqua;
- il limite plastico (passaggio plastico-semisolido) è il contenuto d’acqua in corrispondenza del quale il terreno inizia a perdere il suo comportamento plastico; viene determinato formando con la mano dei bastoncini di spessore 3.2mm su una lastra di vetro che iniziano a fessurarsi una volta raggiunto il limite;
- il limite di ritiro (passaggio semisolido-solido) rappresenta il contenuto d’acqua al di sotto del quale una perdita d’acqua non comporta più alcuna riduzione di volume.

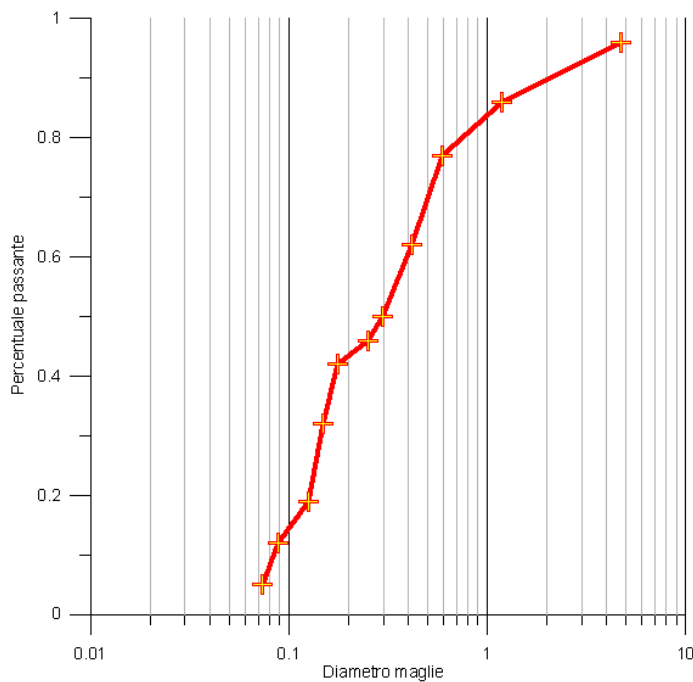
Determinarne il coefficiente di uniformità e disegnarne la curva granulometrica.

Soluzione

La prima cosa da fare è trovare la percentuale del passante per ogni setaccio:

Setaccio	Diametro Trattenuto		Passante	
	mm	g	g	%
4	4,7	20	480	96%
16	1,19	50	430	86%
30	0,59	45	385	77%
40	0,42	75	310	62%
50	0,297	60	250	50%
60	0,25	20	230	46%
80	0,177	20	210	42%
100	0,149	50	160	32%
120	0,125	65	95	19%
170	0,088	35	60	12%
200	0,074	35	25	5%

Possiamo poi inserire i valori trovato in un grafico del tipo:

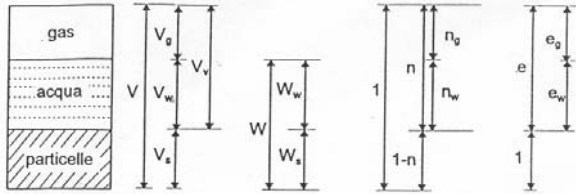


Il coefficiente di uniformità è:

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} = \frac{0,42}{0,088} = 5$$

RELAZIONE TRA LE FASI

Le formule che mettono in relazione le diverse fasi del terreno sono:



Volume totale	$V = V_s + V_w + V_g$
Volume dei vuoti	$V_v = V_w + V_g$
Volume specifico	$v = \frac{V}{V_s} = 1 + e$
Porosità	$n = \frac{V_v}{V} = \frac{e}{1 + e}$
Indice dei vuoti	$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V - V_s}{V_s} = \frac{V}{V_s} - 1 = \frac{V}{\frac{W_s}{\gamma_s}} - 1 = \frac{V}{\frac{W_s}{\gamma_w G_s}} - 1 = \frac{n}{1 - n}$
Indice dei vuoti	$e_w = \frac{n_w}{1 - n}$
Indice dei vuoti	$e_g = \frac{n_g}{1 - n}$
Grado di saturazione	$S = \frac{V_w}{V_v} \cdot 100 = \frac{n_w}{n} = \frac{\gamma_s w}{\gamma_w e} = \frac{G_s w}{e}$
Contenuto d'acqua	$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{V_w S}{G_s V_s} = e \frac{S}{G_s} = \frac{n S}{1 - n V_s}$
Peso specifico	$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{1 + w}{\frac{1}{\gamma_s} + \frac{w}{\gamma_w}}$
Peso specifico del volume solido	$\gamma_s = \frac{W_s}{V_s}$
Peso specifico secco	$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{\gamma}{1 + w} = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{\gamma_s}{1 + e} = (1 - n) G_s \gamma_w$
Peso specifico del terreno saturo	$\gamma_{sat} = (1 - n) G_s \gamma_w + n \gamma_w = \frac{G + e}{1 + e} \gamma_w$
Peso specifico del volume alleggerito	$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$
Densità relativa totale	$G = \frac{\gamma}{\gamma_w}$
Densità relativa dei grani	$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$

Esercizio 1.2

Dato un campione con le caratteristiche:

$$n = 30\%$$

$$G_s = 2,65$$

$$S = 100\%$$

determinarne il contenuto d'acqua.

Soluzione

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\gamma_w V_w}{\gamma_s V_s} = \frac{V_w}{\frac{\gamma_s}{\gamma_w} V_s} = \frac{V_v S}{G_s V_s} = e \frac{S}{G_s} = \frac{n}{1-n} \frac{S}{G_s} = \frac{0,3}{1-0,3} \frac{1}{2,65} = 0,16 = 16\%$$

Esercizio 1.3

Dato un campione con le caratteristiche:

$$e = 1,2$$

$$S = 70\%$$

$$\gamma_s = 26,5 \frac{kN}{m^3}$$

determinarne il contenuto d'acqua, il contenuto d'acqua alla saturazione e il peso specifico del terreno secco.

Soluzione

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\gamma_w V_w}{\gamma_s V_s} = \frac{V_w}{\frac{\gamma_s}{\gamma_w} V_s} = \frac{V_v S}{\frac{\gamma_s}{\gamma_w} V_s} = e \frac{S}{\frac{\gamma_s}{\gamma_w}} = 1,2 \frac{0,7}{\frac{26,5}{10}} = 0,31 = 31\%$$

$$w_{sat} = \frac{e}{\frac{\gamma_s}{\gamma_w}} = \frac{1,2}{\frac{26,5}{10}} = 0,45 = 45\%$$

$$\gamma_d = \gamma_s (1-n) = \gamma_s \left(1 - \frac{e}{1+e}\right) = \gamma_s \frac{1}{1+e} = 26,5 \frac{1}{1+1,2} = 12 \frac{kN}{m^3}$$

Esercizio 1.4

Da un terreno è stato prelevato un provino con le caratteristiche:

$$W = 895g$$

$$V = 426cm^3$$

$$W_s = 779g$$

$$G_s = 2,71$$

Determinarne il contenuto d'acqua, il peso specifico secco e l'indice dei vuoti.

Si pensi poi di prendere un volume $V_1 = 276cm^3$ di materiale asciutto del peso di $W'_s = 400g$ e di misurare un volume $V_2 = 212cm^3$ a costipazione ultimata; determinare i valori minimo e massimo del peso specifico secco e dell'indice dei vuoti.

Soluzione

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{W - W_s}{W_s} = \frac{895 - 779}{779} = 0,15 = 15\%$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{779}{426} = 1,82 \frac{g}{cm^3}$$

$$e = \frac{V}{\frac{W_s}{\gamma_w G_s}} - 1 = \frac{426}{1 \cdot 2,71} - 1 = 0,48$$

$$\gamma_{d,\min} = \frac{W'_s}{V_1} = \frac{400}{276} = 1,46 \frac{g}{cm^3}$$

$$\gamma_{d,\min} = \frac{W'_s}{V_2} = \frac{400}{212} = 1,89 \frac{g}{cm^3}$$

$$e_{\min} = \frac{V_2}{\frac{W'_s}{\gamma_w G_s}} - 1 = \frac{212}{400} - 1 = 0,44$$

$$e_{\min} = \frac{V_1}{\frac{W'_s}{\gamma_w G_s}} - 1 = \frac{276}{400} - 1 = 0,87$$

PROVA GEOSISMICA

La prova geosismica consente di determinare lo spessore di pochi strati di terreno. La prova consiste nella misura degli intervalli di tempo impiegati dalle onde sismiche per raggiungere alcune stazioni di rilevamento poste a distanze note dalla sorgente. Le onde sono solitamente provocate da un'esplosione, mentre le stazioni di rilevamento sono costituite da apparecchi detti geofoni. Esistono tre tipi di onde sismiche:

- onde primarie P, dette anche longitudinali o elastiche, ad alta velocità:

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$$\text{dove } \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ è il modulo di taglio}$$

- onde secondarie S, dette anche trasversali, con velocità:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$$

- onde di Rayleigh o di superficie S con velocità:

$$v_r = K v_s$$

dove il coefficiente K può essere calcolato a partire da considerazioni sulla geometria della trasmissione delle onde

La prova si basa sul principio che, essendo le resistenze degli strati molto diverse tra loro, abbiamo diverse velocità di propagazione delle onde attraverso i vari terreni. Per ogni stazione si rilevano i tempi, solitamente espressi in millisecondi (ms), che intercorrono tra l'esplosione e l'arrivo dell'onda ai sensori del geofono. La velocità di propagazione è quindi facilmente calcolabile a partire dai tempi rilevati e dalle distanze alle quali sono stati posti i geofoni.

Esercizio 1.5

Una prova geosismica ha fornito i seguenti risultati:

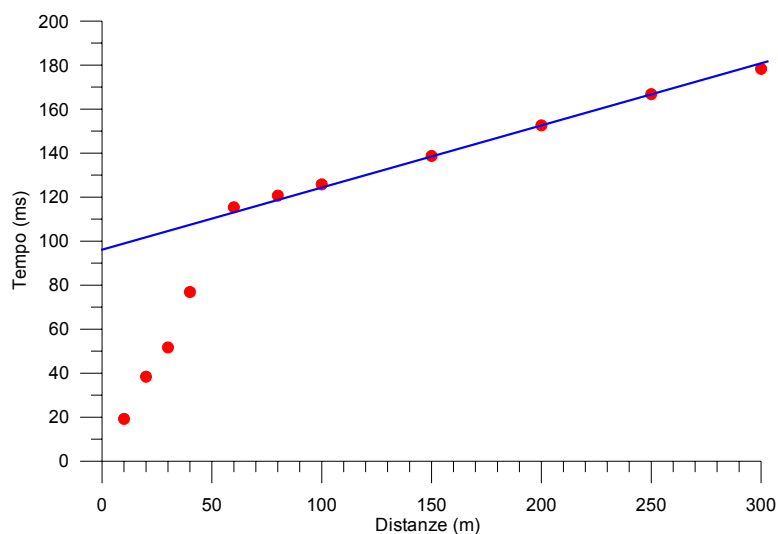
i	x m	t ms
1	10	19,23
2	20	38,4
3	30	51,71
4	40	76,9
5	60	115,4
6	80	120,71
7	100	125,82
8	150	138,72
9	200	152,61
10	250	166,81
11	300	178,31

Determinare la profondità del primo strato.

Soluzione

Innanzitutto inseriamo i dati della prova in un grafico distanza-tempo, dal quale:

- poter osservare la distanza alla quale la distribuzione dei valori cambia inclinazione, poiché ciò significherebbe che le velocità di propagazione cambiano e quindi che siamo in presenza di uno strato diverso dal precedente;
- poter ottenere la quantità t_{0i} dall'intercetta della retta ottenuta per interpolazione dei valori relativi al secondo strato con l'asse tempo.



A partire dai dati possiamo poi costruire la tabella seguente:

Tratto	Δx m	Δt ms	v_p m/ms	$v_{p,media}$ m/ms
0-1	10	19,23	0,5200	
0-2	20	38,40	0,5208	
0-3	30	51,71	0,5802	0,5322
0-4	40	76,90	0,5202	
0-5	60	115,40	0,5199	
5-6	20	5,31	3,7665	
5-7	40	10,42	3,8388	
5-8	90	23,32	3,8593	3,7896
5-9	140	37,21	3,7624	
5-10	190	51,41	3,6958	
5-11	240	62,91	3,8150	

Possiamo trovare lo spessore del primo strato dalla formula:

$$z = \frac{1}{2} t_{01} \frac{v_{p1} \cdot v_{p2}}{\sqrt{v_{p2}^2 - v_{p1}^2}} = \frac{1}{2} 98 \frac{0,5322 \cdot 3,7896}{\sqrt{0,5322^2 - 3,7896^2}} = 25,73m$$

Esercizio 1.6

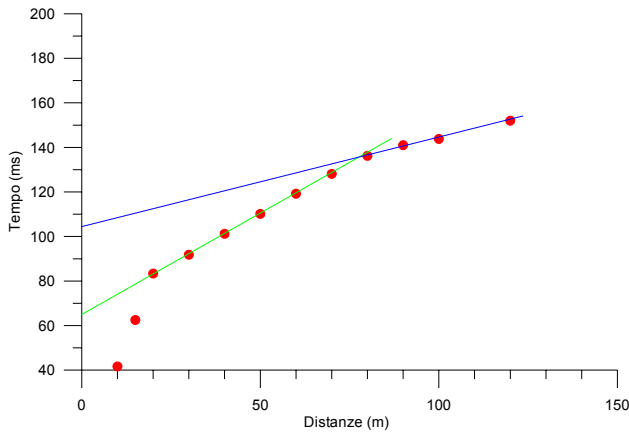
Una prova geosismica ha fornito i seguenti risultati:

i	x m	t ms
1	10	41,66
2	15	62,51
3	20	83,37
4	30	91,82
5	40	101,22
6	50	110,16
7	60	119,21
8	70	128,11
9	80	136,22
10	90	141,00
11	100	143,81
12	120	152,00

Determinare la profondità degli strati.

Soluzione

Inseriamo i dati della prova in un grafico distanza-tempo:



A partire dai dati possiamo poi costruire la tabella seguente:

Tratto	Δx m	Δt ms	v_p m/ms	$v_{p,media}$ m/ms
0-1	10	41,66	0,2400	
0-2	15	62,51	0,2400	
0-3	20	83,37	0,2399	0,2617
0-4	30	91,82	0,3267	
4-5	10	9,40	1,0638	
4-6	20	18,34	1,0905	
4-7	30	27,39	1,0953	
4-8	40	36,29	1,1022	1,1163
4-9	50	44,40	1,1261	
4-10	60	49,18	1,2200	
10-11	10	2,81	3,5587	
10-12	30	11,00	2,7273	3,1430

Possiamo trovare lo spessore dei primi due strati dalla formula:

$$z_1 = \frac{1}{2} t_{01} \frac{v_{p1} \cdot v_{p2}}{\sqrt{v_{p2}^2 - v_{p1}^2}} = \frac{1}{2} 65 \frac{0,2617 \cdot 1,1163}{\sqrt{1,1163^2 - 0,2617^2}} = 8,38m$$

$$z_2 = \frac{1}{2} \left(t_{02} - \frac{2z_1 \sqrt{v_{p3}^2 - v_{p1}^2}}{v_{p1} \cdot v_{p3}} \right) \frac{v_{p3} \cdot v_{p2}}{\sqrt{v_{p3}^2 - v_{p1}^2}}$$

$$= \frac{1}{2} \left(105 - \frac{2 \cdot 8,38 \sqrt{3,1430^2 - 0,2617^2}}{0,2617 \cdot 3,1430} \right) \frac{3,1430 \cdot 1,1163}{\sqrt{3,1430^2 - 1,1163^2}} = 24,59m$$

TENSIONI LITOSTATICHE

Il comportamento meccanico dei terreni può essere visualizzato pensando ad uno scheletro solido con dei vuoti intergranulari riempiti d'acqua e aria. Le tensioni di taglio, in condizioni di carico usuali, sono sopportate completamente dallo scheletro solido; le tensioni normali sono invece somma di due componenti:

- quelle agenti sullo scheletro solido;
- quelle del fluido che riempie gli spazi intergranulari.

La legge di interazione tra scheletro solido e fluido è nota come Principio degli sforzi efficaci di Terzaghi:

“Le tensioni in un punto possono essere determinate dalla conoscenza delle tensioni totali principali $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Se lo spazio intergranulare è riempito con acqua avente pressione u , le tensioni totali possono scomporsi nella tensione u agente sull'acqua (tensione neutra) e nelle differenze $\sigma_1 - u, \sigma_2 - u, \sigma_3 - u$ (tensioni parziali o efficaci)”

Lo stato tensionale esistente in un punto del terreno dipende dal peso proprio del terreno, dalla sua storia tensionale, dalle condizioni di falda e dai carichi esterni adesso applicati. Le tensioni dovute al peso proprio sono chiamate geostatiche o litostatiche, e la loro conoscenza è fondamentale per interpretare correttamente le prove di laboratorio e le prove in sito.

Esiste una precisa relazione tra le tensioni efficaci verticali σ'_z e orizzontali σ'_h rappresentata dal coefficiente di spinta a riposo K_0 , la cui determinazione è uno dei più complicati aspetti da risolvere nel campo dell'Ingegneria Geotecnica in quanto dipende dalla sequenza degli eventi che hanno interessato il deposito.

TENSIONI VERTICALI

Il caso più frequente nella realtà è un deposito stratificato con piano campagna orizzontale per il quale le variazioni della natura del terreno in direzione orizzontale sono trascurabili. Tale situazione è relativamente semplice da analizzare, poiché:

- ogni sezione verticale può considerarsi di simmetria;
- le tensioni verticale σ_z e orizzontale σ_h sono principali;
- le tensioni verticali nel terreno ad una data profondità sono dovute al peso della colonna di materiale (terreno, acqua e fondazioni) sovrastante l'elemento di terreno alla profondità in esame.

Detta z la profondità del terreno e γ il peso dell'unità di volume totale (grani ed acqua) avremo l'espressione per la tensione verticale totale nel terreno omogeneo:

$$\sigma_z = \gamma z$$

e stratificato

$$\sigma_z = \sum \gamma_i \Delta z_i$$

La pressione dell'acqua contenuta negli spazi interparticellari è chiamata pressione idrostatica o interstiziale e, detta ξ la profondità rispetto al livello di falda, si ricava dalla formula:

$$u = \gamma_w \xi$$

Il comportamento meccanico di un terreno dipende dal valore della tensione efficace o parziale, definita come:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u$$

Esercizio 2.1

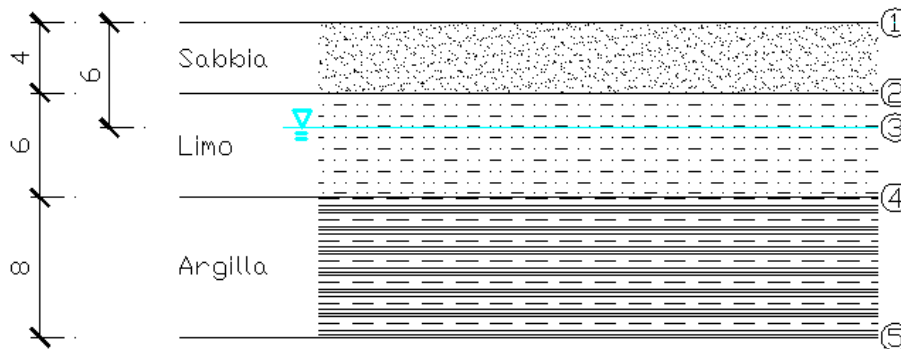
Abbiamo un terreno con il seguente profilo stratigrafico:

- 4m di sabbia con peso specifico $\gamma = 19 \frac{kN}{m^3}$;
- 6m di limo con peso specifico $\gamma = 19,6 \frac{kN}{m^3}$;
- 8m di argilla con peso specifico $\gamma = 16,7 \frac{kN}{m^3}$.

Sapendo che la falda è posta a 6m di profondità, determinare le pressioni parziali per i punti di profondità 4m, 6m, 10m e 18m e disegnare i profili delle pressioni.

Soluzione

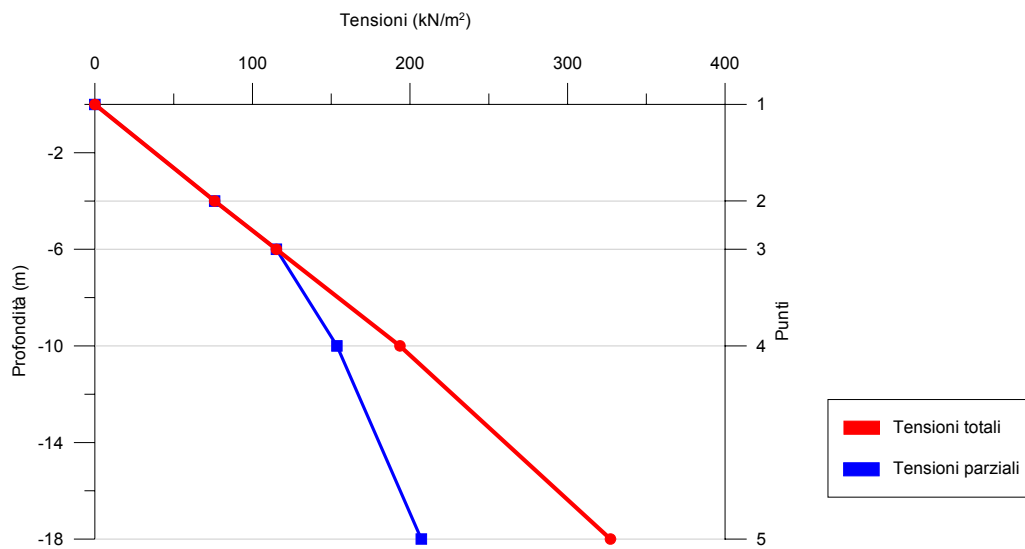
La situazione è la seguente:



Possiamo costruire la tabella:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ³	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
1	0	0	19	0	0	0
2	4	0	19	76	0	76
3	6	0	19,6	115,2	0	115,2
4	10	4	19,6	193,6	40	153,6
5	18	12	16,7	327,2	120	207,2

ed inserire i valori nel grafico:



Esercizio 2.2

Consideriamo un terreno con il seguente profilo stratigrafico:

- 6m di limo ML con peso specifico $\gamma = 19 \frac{kN}{m^3}$ e modulo edometrico $E_{ed}^{ML} = 1000 \frac{kN}{m^2}$;
- 10m di sabbia SW con peso specifico $\gamma = 20 \frac{kN}{m^3}$ e modulo edometrico $E_{ed}^{SW} = 8000 \frac{kN}{m^2}$;

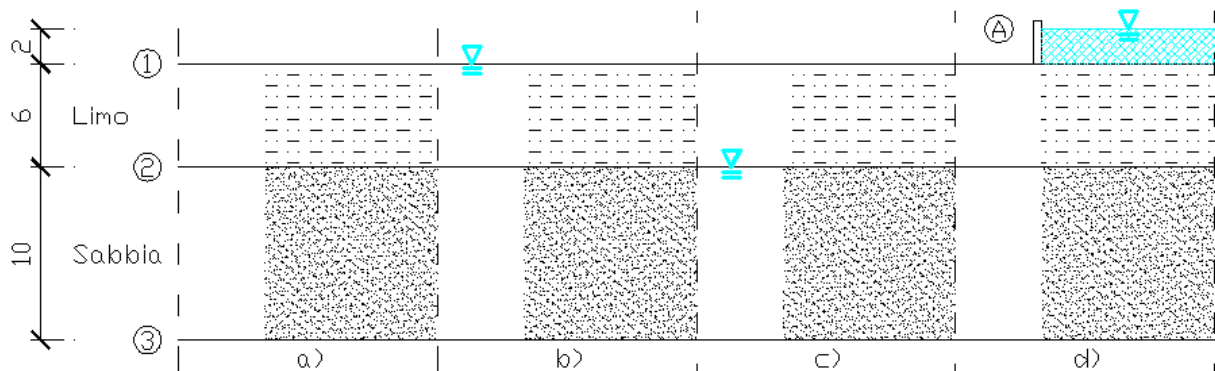
Analizzare lo stato tensionale del terreno nelle configurazioni:

- terreno asciutto (assenza di acqua);
- livello di falda posto al livello del piano campagna;
- livello di falda posto a profondità 6m;
- livello di falda posto 2m sopra il piano campagna per la costruzione di un bacino di raccolta delle acque.

Determinare inoltre i cedimenti superficiali dovuti al passaggio dalla configurazione b) alla configurazione c) e confrontare le configurazioni b) e d).

Soluzione

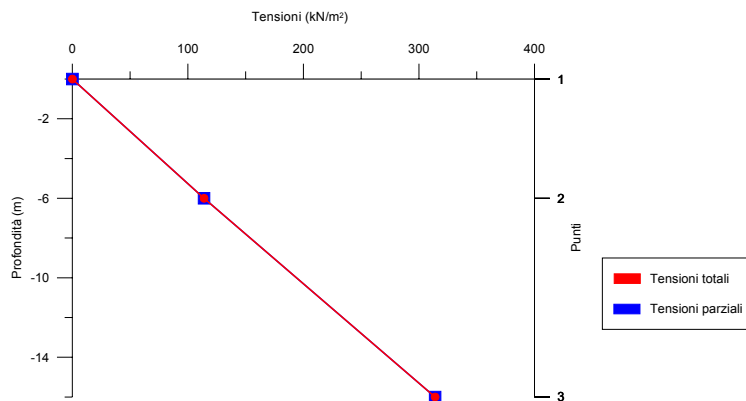
Possiamo riassumere le quattro configurazioni con lo schema:



Per la configurazione a) abbiamo la tabella:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
1	0	0	19	0	0	0
2	6	0	19	114	0	114
3	16	0	20	314	0	314

e il grafico:



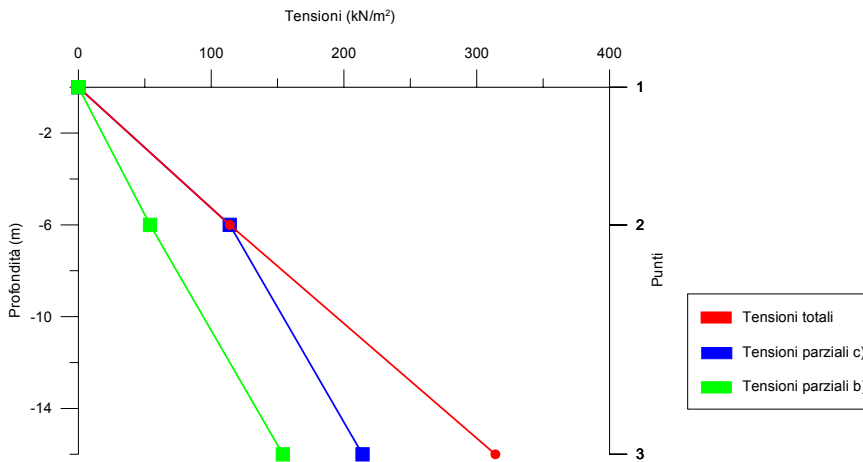
Per la configurazione b) abbiamo la tabella:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
1	0	0	19	0	0	0
2	6	6	19	114	60	54
3	16	16	20	314	160	154

Per la configurazione c) abbiamo la tabella:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
1	0	0	19	0	0	0
2	6	0	19	114	0	114
3	16	10	20	314	100	214

Inseriamo ora nello stesso grafico i valori delle tensioni nelle configurazioni b) e c):



Possiamo notare come le tensioni totali rimangano invariate sia tra le due configurazioni sia rispetto alla configurazione a). Osserviamo inoltre che le tensioni efficaci sono aumentate nel passaggio dalla configurazione b) alla c): ciò comporta maggiori deformazioni, e quindi ad un abbassamento di falda corrisponde un cedimento superficiale. Tale cedimento può essere calcolato in ogni punto mediante l'espressione:

$$d\rho = \frac{dh \cdot d\sigma'}{E}$$

dove dh è l'altezza (intorno del punto) nella quale si ha l'incremento di tensione parziale;
 $d\sigma'$ è l'incremento di tensione parziale;
 E è il modulo edometrico del terreno nel punto.

Nell'evidente impossibilità di eseguire un'analisi infinitesima, calcoleremo il cedimento in uno strato di terreno con l'espressione:

$$\rho = \frac{h \cdot \Delta\sigma'}{E}$$

dove h è lo spessore dello strato nel quale si ha l'incremento di tensione parziale;
 $\Delta\sigma'$ è l'incremento medio di tensione parziale;
 E è il modulo edometrico medio del terreno nello strato.

La quantità $h \cdot \Delta\sigma'$ sarà, con riferimento al grafico, l'area compresa tra le due rette delle tensioni parziali nelle diverse configurazioni. Nel nostro caso abbiamo dunque:

- per lo strato di limo un cedimento pari a:

$$\rho_{ML} = \frac{1}{2} \frac{h \cdot \Delta\sigma'_2}{E_{ed}^{ML}} = \frac{1}{2} \frac{6m \cdot 60 \frac{kN}{m^2}}{1000 \frac{kN}{m^2}} = 0,18m = 18cm$$

poiché l'incremento della tensione parziale va da 0 (punto 1) a 60 (punto 2); l'incremento medio è quindi la metà di quello del punto 2 (possiamo anche dire che le due rette formano un triangolo di base 60);

- per lo strato di sabbia un cedimento pari a:

$$\rho_{SW} = \frac{h \cdot \Delta\sigma'_2}{E_{ed}^{SW}} = \frac{10m \cdot 60 \frac{kN}{m^2}}{8000 \frac{kN}{m^2}} = 0,075m = 7,5cm$$

poiché l'incremento di tensione parziale è costante lungo tutto lo strato (possiamo anche dire che le due rette formano un parallelepipedo di base 60)

Il cedimento superficiale (punto 1) sarà ovviamente la somma dei cedimenti di ogni strato sottostante:

$$\rho_1 = \rho_{ML} + \rho_{SW} = (18 + 7,5)cm = 25,5cm$$

Per la configurazione d) abbiamo invece la tabella:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
A	0	0	10	0	0	0
1	2	2	10	20	20	0
2	8	8	19	134	80	54
3	18	18	20	334	180	154

Confrontando i valori delle tensioni parziali nelle configurazioni b) e d) possiamo osservare che esse non cambiano. La costruzione del bacino di cui alla configurazione d) in un terreno con lo stato tensionale in b) non produrrebbe quindi alcun effetto meccanico nel terreno, nonostante l'incremento delle tensioni totali.

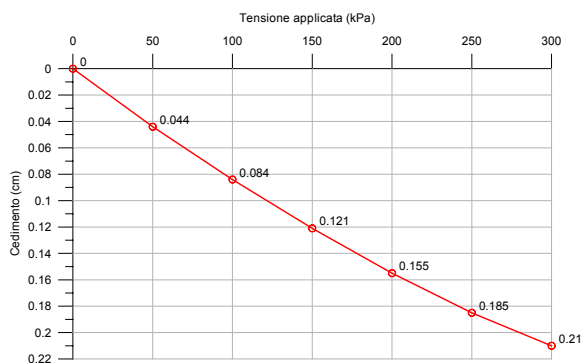
Se invece si alzasse la falda a partire da una profondità minore di quella del piano campagna, come ad esempio nel passaggio dalla c) alla b), avremmo una diminuzione delle tensioni parziali: ciò non comporta alcuna deformazione nel nostro caso. Avremmo degli effetti unicamente se nel terreno fosse presente uno strato di argilla rigonfiante, che produrrebbe un innalzamento superficiale.

Esercizio 2.3

Abbiamo un terreno con il seguente profilo stratigrafico:

- 10m di sabbia SW con peso specifico $\gamma_{SW} = 20 \frac{kN}{m^3}$ e modulo edometrico $E_{ed}^{SW} = 10000 \frac{kN}{m^2}$;
- 10m di argilla CH con peso specifico $\gamma_{CH} = 20 \frac{kN}{m^3}$ e modulo edometrico determinato con

una prova di laboratorio su di un provino di altezza iniziale $H = 4cm$ che ha dato il seguente risultato:



Il livello di falda è inizialmente alla superficie. Determinare il cedimento superficiale se la falda si abbassa di 10 m.

Soluzione

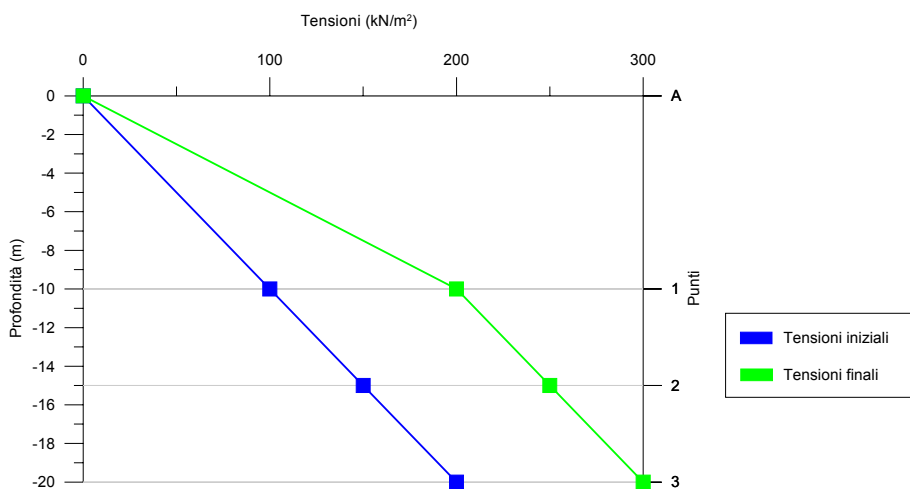
Calcoliamo innanzitutto le tensioni nella configurazione iniziale:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
A	0	0	20	0	0	0
1	10	10	20	200	100	100
2	15	15	20	300	150	150
3	20	20	20	400	200	200

e dopo l'abbassamento della falda di 10m:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
A	0	0	20	0	0	0
1	10	0	20	200	0	200
2	15	5	20	300	50	250
3	20	10	20	400	100	300

Inseriamo poi i valori delle sole tensioni parziali per le due configurazioni nello stesso grafico:



Prima di passare al calcolo dei cedimenti è necessario determinare il modulo edometrico medio dello strato di argilla. Per fare ciò consideriamo i valori delle tensioni parziali nella metà dello strato (punto 2) e cerchiamo, nel grafico della prova edometrica fornitoci, il corrispondente cedimento Δh . Il modulo edometrico sarà poi dato dalla formula:

$$E_{ed}^{CH} = \frac{h \cdot \Delta \sigma'_2}{\Delta h}$$

dove h è l'altezza del provino nella condizione di carico iniziale σ'_i .

Nel punto 2 abbiamo $\sigma'_i = 150 \frac{kN}{m^2}$ e $\sigma'_f = 250 \frac{kN}{m^2}$; a tali valori corrisponde un cedimento

$$\Delta h = (0,185 - 0,121)cm = 0,064cm = 6,4 \cdot 10^{-4}m$$

ed un'altezza del provino nella condizione di carico iniziale pari a:

$$h = H - \Delta h_{0 \rightarrow 150} = (4 - 0,12) \text{ cm} = 3,88 \text{ cm} = 0,0388 \text{ m}$$

Abbiamo allora

$$E_{ed}^{CH} = \frac{0,0388 \text{ m} \cdot 100 \text{ kPa}}{6,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = 6000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Possiamo ora calcolare i cedimenti:

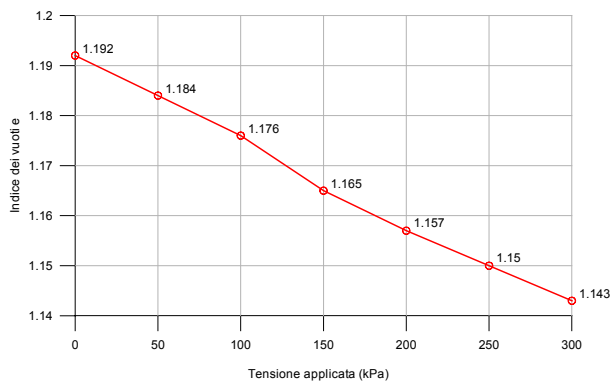
$$\rho_{SW} = \frac{1}{2} \frac{h_{SW} \cdot \Delta \sigma'_1}{E_{ed}^{SW}} = \frac{1}{2} \frac{10 \text{ m} \cdot 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{10000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

$$\rho_{CH} = \frac{h_{CH} \cdot \Delta \sigma'_2}{E_{ed}^{CH}} = \frac{10 \text{ m} \cdot 100 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{6000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,167 \text{ m} = 16,7 \text{ cm}$$

$$\rho_A = \rho_{SW} + \rho_{CH} = (5 + 16,7) \text{ cm} = 21,7 \text{ cm}$$

Esercizio 2.4

Abbiamo uno strato di limo MH alto 10m con peso specifico $\gamma_{MH} = 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ e modulo edometrico determinato con una prova di laboratorio che ha dato il seguente risultato:



Il livello di falda è alla profondità di 4m. Determinare il cedimento superficiale dovuto alla costruzione di un terrapieno alto 6m di materiale con peso specifico $\gamma = 22 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$.

Soluzione

Calcoliamo innanzitutto le tensioni nella configurazione iniziale:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
A						
1	0	0	20	0	0	0
2	5	1	20	100	10	90
3	10	6	20	200	60	140

e dopo la costruzione del terrapieno:

Punto	z m	ζ m	γ kN/m ²	σ kN/m ²	u kN/m ²	σ' kN/m ²
A	0	0	22	0	0	0
1	6	0	22	132	0	132
2	11	1	20	232	10	222
3	16	6	20	332	60	272

È necessario determinare il modulo edometrico medio dello strato di limo. Per fare ciò consideriamo i valori delle tensioni parziali nella metà dello strato (punto 2) e cerchiamo, nel grafico della prova edometrica fornitoci, la corrispondente variazione dell'indice dei vuoti Δe . Il modulo edometrico sarà poi dato dalla formula:

$$E_{ed}^{MH} = \frac{(e_i + 1) \cdot \Delta \sigma'_2}{\Delta e}$$

dove e_i è il valore dell'indice dei vuoti nella condizione di carico iniziale σ'_i .

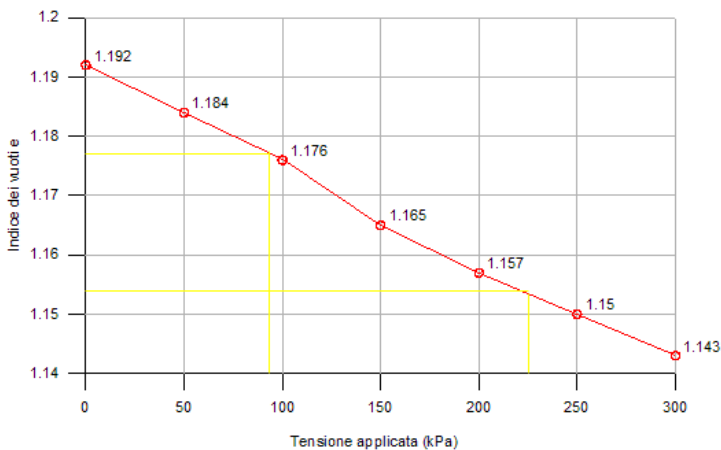
Nel punto 2 abbiamo $\sigma'_i = 90 \frac{kN}{m^2}$ e $\sigma'_f = 222 \frac{kN}{m^2}$; a tali valori corrisponde una variazione dell'indice dei vuoti pari a:

$$\Delta e = 1,177 - 1,154 \cong 0,023$$

ed un valore dell'indice dei vuoti nella condizione di carico iniziale pari a:

$$e_1 \cong 1,177$$

come possiamo osservare dal grafico:



Abbiamo allora

$$E_{ed}^{CH} = \frac{2,177 \cdot 132 kPa}{0,023} \cong 12500 \frac{kN}{m^2}$$

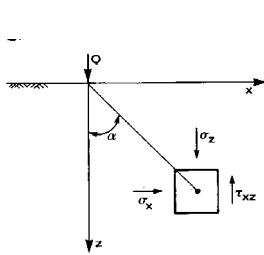
Possiamo ora calcolare il cedimento:

$$\rho = \frac{h_{MH} \cdot \Delta \sigma'_2}{E_{ed}^{MH}} = \frac{10m \cdot 132 \frac{kN}{m^2}}{12500 \frac{kN}{m^2}} = 0,1056m = 10,6cm$$

SOVRACCARICHI

L'analisi delle tensioni del terreno in campo elastico discende dalla più generale Teoria dell'elasticità in mezzi omogenei. Nella Meccanica delle terre uno dei casi di più largo utilizzo di tale teoria è costituito dalla determinazione dello stato tensionale prodotto all'interno del terreno da carichi applicati in superficie. Abbiamo soluzioni diverse in base alla natura ed all'applicazione del carico:

- nel caso di un carico lineare infinitamente esteso in direzione verticale abbiamo:

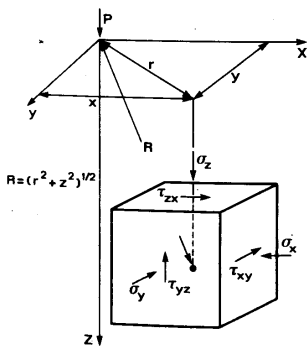


$$\sigma_v = \frac{2Q}{\pi} \frac{z}{(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \frac{2Q}{\pi z} (\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha)$$

$$\sigma_x = \frac{2Q}{\pi z} (\cos^3 \alpha \cdot \sin \alpha)$$

- nel caso di un carico puntiforme abbiamo la soluzione di Boussinesq:



$$\sigma_v = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

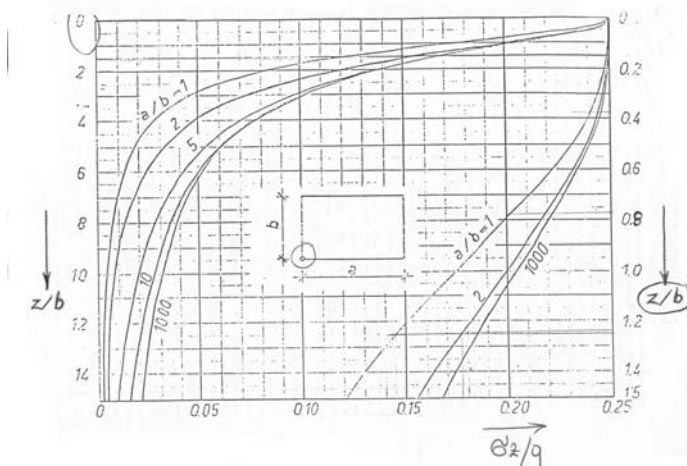
$$\sigma_x = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)x^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}$$

$$\sigma_y = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{y^2 z}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3} \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}$$

$$\tau_{zx} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{xz^2}{R^5}; \tau_{yz} = -\frac{3P}{2\pi} \frac{yz^2}{R^5}; \tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{xyz}{R^5} - \frac{1-2\nu}{3} \frac{(2R+z)xy}{R^3(R+z)^2} \right\}$$

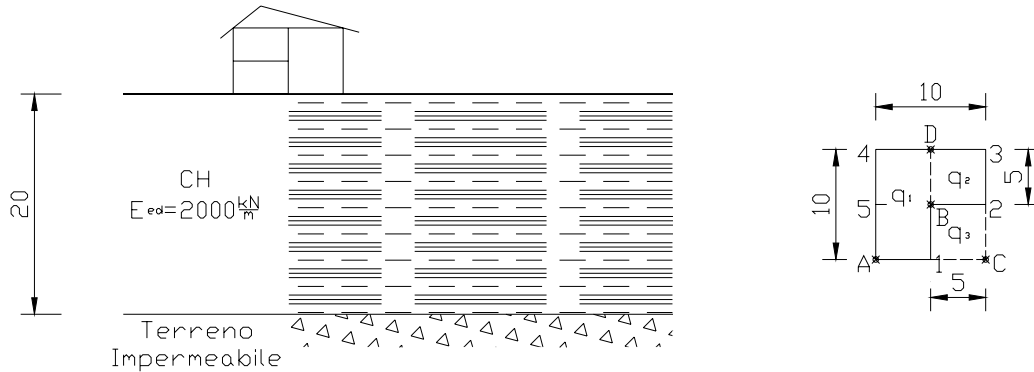
- nel caso di aree di carico, ossia nei casi di maggiore interesse applicativo, si integrano le soluzioni del caso precedente.

Vista la notevole difficoltà pratica di integrare le funzioni piuttosto complesse di Boussinesq vari autori hanno diagrammato le soluzioni principali. La più comune è la soluzione di Steinbrenner, che permette di valutare la tensione verticale sotto lo spigolo di un'area rettangolare:



Esercizio 2.5

Con riferimento alla figura si determinino i cedimenti della casa negli assi verticali A, B, C e D, assunti $q_1=100\text{kN/m}^2$, $q_2=50\text{kN/m}^2$ e $q_3=0$



Soluzione

Partiamo con l'analisi del cedimento nel punto A. Per il calcolo delle tensioni verticali secondo la teoria di Boussinesq dovremo effettuare una sovrapposizione dei rettangoli che hanno come spigolo il punto A:

Rettangolo	Carico	a	b	a/b
A1D4(+)	q_1	10	5	2
AC34(+)	q_2	10	10	1
AC25(-)	q_2	10	5	2
A1D4(-)	q_2	10	5	2
A1B5(+)	q_2	5	5	1

Utilizzeremo poi il diagramma di Steinbrenner per valutare le tensioni nei punti verticali sottostanti A in profondità diverse:

Rettangoli	A1D4			AC34			AC25			A1D4			A1B5				
b	5			10			5			5			5			$\Sigma\Delta\sigma_z$	
q	100			50			50			50			50				
Variabili	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_z$	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_z$	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_z$	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_z$	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_z$		
1	0	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	12.50	0.00	0.25	12.50	0.00	0.25	12.50	0.00	0.25	12.50	25.00
2	2	0.40	0.24	24.00	0.20	0.25	12.50	0.40	0.24	12.00	0.40	0.24	12.00	0.40	0.24	12.00	24.50
3	5	1.00	0.20	20.00	0.50	0.23	11.50	1.00	0.20	10.00	1.00	0.20	10.00	1.00	0.17	8.50	20.00
4	10	2.00	0.12	12.00	1.00	0.17	8.50	2.00	0.12	6.00	2.00	0.12	6.00	2.00	0.08	4.00	12.50
5	20	4.00	0.05	5.00	2.00	0.08	4.00	4.00	0.05	2.50	4.00	0.05	2.50	4.00	0.03	1.50	5.50

Calcoleremo infine i cedimenti lungo l'asse A con la formula

$$\rho = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}}$$

dove il pedice i si riferisce agli strati di terreno delimitati dai punti verticali. Abbiamo quindi:

$$\rho = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{25+24.5}{2} 2 + \frac{24.5+20}{2} 3 + \frac{20+12.5}{2} 5 + \frac{12.5+5.5}{2} 10 \right) = 0.1606\text{m} = 16\text{cm}$$

Ripetiamo il procedimento per l'asse B:

Rettangolo	Carico	a	b	a/b
A1B5(+)	q ₁	5	5	1
5BD4(+)	q ₁	5	5	1
B23D(+)	q ₂	5	5	1

Rettangoli	A1B5			5BD4			B23D			ΣΔσ _z	
b	5			5			5				
q	100			100			50				
Variabili	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z	Δσ _z	
1	0	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	12.50	62.50
2	2	0.40	0.24	24.00	0.40	0.24	24.00	0.40	0.24	12.00	60.00
3	5	1.00	0.17	17.00	1.00	0.17	17.00	1.00	0.17	8.50	42.50
4	10	2.00	0.08	8.00	2.00	0.08	8.00	2.00	0.08	4.00	20.00
5	20	4.00	0.03	3.00	4.00	0.03	3.00	4.00	0.03	1.50	7.50

$$\rho = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{62.5+60}{2} 2 + \frac{60+42.5}{2} 3 + \frac{42.5+20}{2} 5 + \frac{20+7.5}{2} 10 \right) = 0.2850m = 29cm$$

Per l'asse C abbiamo invece:

Rettangolo	Carico	a	b	a/b
AC34(+)	q ₁	10	10	1
1C3D(-)	q ₁	10	5	2
1C3D(+)	q ₂	10	5	2
1C2B(-)	q ₂	5	5	1

Rettangoli	AC34			1C3D			1C3D			1C2B			ΣΔσ _z	
b	10			5			5			5				
q	100			100			50			50				
Variabili	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z	Δσ _z	
1	0	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	12.50	0.00	0.25	12.50	0.00
2	2	0.20	0.25	25.00	0.40	0.24	24.00	0.40	0.24	12.00	0.40	0.24	12.00	1.00
3	5	0.50	0.23	23.00	1.00	0.20	20.00	1.00	0.20	10.00	1.00	0.17	8.50	4.50
4	10	1.00	0.17	17.00	2.00	0.12	12.00	2.00	0.12	6.00	2.00	0.08	4.00	7.00
5	20	2.00	0.08	8.00	4.00	0.05	5.00	4.00	0.05	2.50	4.00	0.03	1.50	4.00

Teoricamente sarebbe

$$\rho = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{0+1}{2} 2 + \frac{1+4.5}{2} 3 + \frac{4.5+7}{2} 5 + \frac{7+4}{2} 10 \right) = 0.0465m = 5cm$$

ma osservando l'andamento delle sovrappressioni possiamo considerare come esse non decrescano con la profondità: ciò accade per le inevitabili imprecisioni nell'utilizzo del diagramma di Steinbrenner. Del resto l'unico punto nel quale abbiamo valori precisi è il punto 1, posto alla

superficie, dove il $\frac{\sigma_z}{q}$ vale sempre 0.25: possiamo così assumere nulle le sovrappressioni e, quindi, il cedimento lungo l'asse C.

Infine, per l'asse D abbiamo:

Rettangolo	Carico	a	b	a/b
A1D4(+)	q ₁	10	5	2
B23D(+)	q ₂	5	5	1

Rettangoli		A1D4			B23D			ΣΔσ _z
b		5		5				
q		100		50				
Variabili	z/b	σ _z /q	Δσ _z	z/b	σ _z /q	Δσ _z		
1	0	0.00	0.25	25.00	0.00	0.25	12.50	37.50
2	2	0.40	0.24	24.00	0.40	0.24	12.00	36.00
3	5	1.00	0.20	20.00	1.00	0.17	8.50	28.50
4	10	2.00	0.12	12.00	2.00	0.08	4.00	16.00
5	20	4.00	0.05	5.00	4.00	0.03	1.50	6.50

$$\rho_D = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{37.5+36}{2} 2 + \frac{36+28.5}{2} 3 + \frac{28.5+16}{2} 5 + \frac{16+6.5}{2} 10 \right) = 0.2305m = 23cm$$

PROVE DI LABORATORIO

STATI TENSIONALI

La risposta di un terreno alle sollecitazioni esterne dipende dal tipo e dall'entità delle tensioni applicate ma anche dal modo in cui ciò avviene e dalla sua storia tensionale: diventa perciò importante visualizzare le modifiche dello stato di tensioni nel terreno. Un metodo utile e sintetico è la rappresentazione degli stress-path (percorsi di sollecitazione) nel piano di Mohr.

Tale metodo consiste in:

1. scelta di un probabile meccanismo di rottura o di deformazione;
2. individuazione di un elemento rappresentativo del terreno;
3. determinazione del percorso di sollecitazione seguito dall'elemento;
4. riproduzione del percorso in laboratorio e determinazione dei parametri geotecnici significativi per il problema in esame.

Alla rappresentazione per cerchi sul piano di Mohr (σ', τ) è solitamente preferita la rappresentazione per punti sul piano (s, t) dove:

$$s = \frac{\sigma'_z + \sigma'_h}{2}$$
$$t = \frac{\sigma'_z - \sigma'_h}{2}$$

oppure, nel caso di tensioni orizzontali non radialmente costanti, sempre per punti sul piano delle invarianti di tensione (p', q') dove:

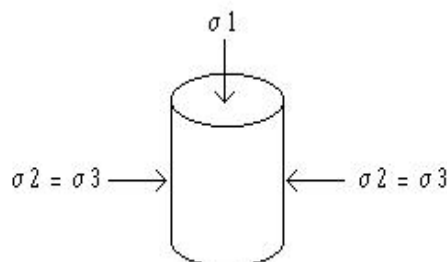
$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$$
$$q' = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2}$$

dove σ'_1 è la tensione verticale mentre σ'_2 e σ'_3 sono le tensioni orizzontali.

Esercizio 3.1

Determinare il percorso di carico di un elemento di terreno sollecitato in condizioni di simmetria radiale secondo il seguente programma di carico:

1. $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ vengono incrementati ugualmente a partire da zero;
2. σ'_1 è ulteriormente incrementato rimanendo σ'_2 e σ'_3 costanti;
3. σ'_2 e σ'_3 vengono incrementati lasciando σ'_1 costante.



Esercizio 3.2

Si determini il coefficiente di permeabilità, avendo a disposizione i seguenti dati della prova di laboratorio:

$$H_1 - H_2 = 2m$$

$$L = 60cm$$

$$D = 30cm$$

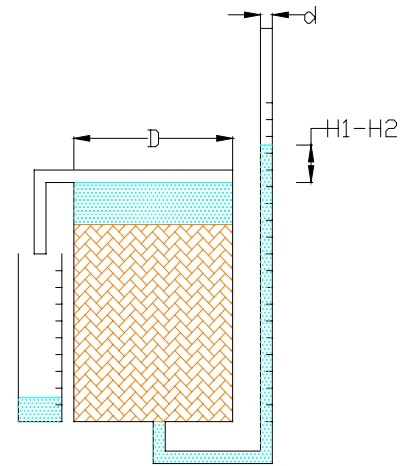
$$\Delta V = 1l$$

$$\Delta t = 1 \text{ min}$$

Soluzione

Il coefficiente di permeabilità si ricava dalla formula:

$$k = \frac{4\Delta VL}{\Delta t \pi D^2 (H_1 - H_2)} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 60}{60 \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 200} = 7 \cdot 10^{-3} \frac{cm}{s}$$



Esercizio 3.3

Si determini il coefficiente di permeabilità di un'argilla avendo a disposizione i seguenti dati della prova di permeabilità edometrica:

$$\sigma' = 100 \frac{kN}{m^2}$$

$$l = 1.97cm$$

$$d = 1cm$$

$$D = 7cm$$

$$H_1 = 60cm$$

$$H_2 = 58cm$$

$$\Delta t = 6h$$

$$\eta = 0.9$$

Soluzione

Trasformiamo innanzitutto il tempo in secondi

$$\Delta t = 6h = 21600s$$

e calcoliamo

- la sezione del provino:

$$A_D = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 7^2}{4} = 38.48cm^2$$

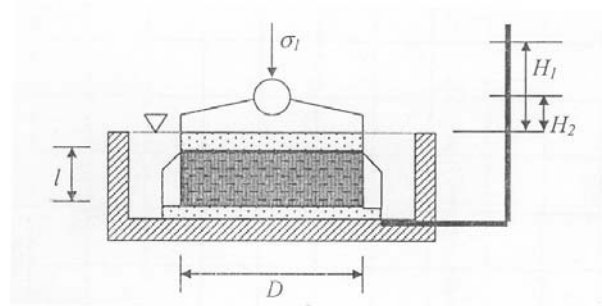
- la sezione della buretta graduata:

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 1^2}{4} = 0.78cm^2$$

Il coefficiente di permeabilità si ricava dalla formula:

$$k = \eta l \frac{A_d}{A_D} \frac{\ln \frac{H_1}{H_2}}{\Delta t} = 0.9 \cdot 1.97 \frac{0.78}{38.48} \frac{\ln \frac{60}{58}}{21600} = 5.6 \cdot 10^{-8} \frac{cm}{s}$$

Possiamo considerare il risultato attendibile dato il valore molto basso di permeabilità dell'argilla.



PROVA TRIASSIALE

Esercizio 3.4

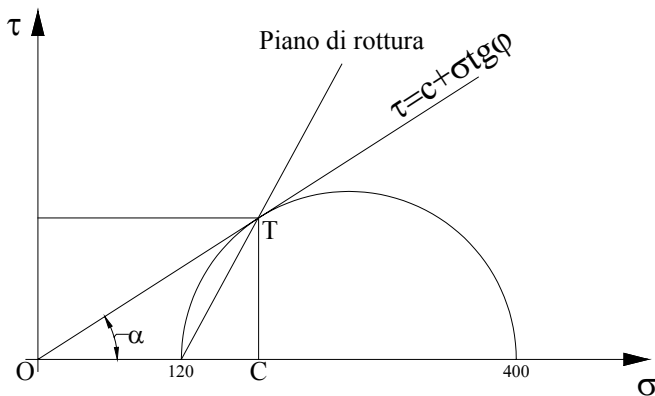
In una prova triassiale in condizioni drenate su un campione di sabbia fine e pulita si è verificata la rottura quando la tensione verticale totale ha raggiunto il valore di $\sigma_v = 400 \frac{kN}{m^2}$ e la tensione

laterale il valore di $\sigma_r = 120 \frac{kN}{m^2}$.

Determinare l'angolo di attrito e le tensioni normale e tangenziale nel piano di rottura.

Soluzione

Poiché si tratta di un campione di sabbia fine e pulita possiamo considerare nulla la coesione; per determinare l'angolo di attrito analizziamo il cerchio di Mohr relativo alle tensioni principali:



Dalle considerazioni trigonometriche

$$\varphi = \arctan \frac{\overline{CT}}{\overline{OT}}$$

$$\sigma_\varphi = \overline{OT} \cos \varphi$$

$$\tau_\varphi = \overline{OT} \sin \varphi$$

e dalle relazioni geometriche

$$\overline{OC} = \frac{\sigma_v + \sigma_r}{2} = 260 \frac{kN}{m^2}$$

$$\overline{CT} = \frac{\sigma_v - \sigma_r}{2} = 140 \frac{kN}{m^2}$$

$$\overline{OT} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{CT}^2} \cong 295 \frac{kN}{m^2}$$

abbiamo

$$\varphi = 25.39^\circ \cong 25^\circ$$

$$\sigma_\varphi = 260 \frac{kN}{m^2}$$

$$\tau_\varphi = 140 \frac{kN}{m^2}$$

Esercizio 3.5

I risultati di una prova triassiale in condizioni non drenate sono riassunti nella tabella seguente:

$\sigma_1 - \sigma_3$ kN/m ²	ε_z
0	0.00%
17	0.25%
35	0.50%
64	1.00%
89	2.00%
93	3.00%

Determinare l'indice di Poisson e il modulo di Young.

Soluzione

Il calcolo dell'indice di Poisson consiste nella relazione

$$\nu = -\frac{\Delta\varepsilon_r}{\Delta\varepsilon_1}$$

Poiché siamo in condizioni non drenate avremo:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2}(\varepsilon_v - \varepsilon_z)$$

$$\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_1 + 2\Delta\varepsilon_r = 0$$

e quindi

$$\varepsilon_r = -\frac{1}{2}\Delta\varepsilon_z$$

$$\nu = \frac{\Delta\varepsilon_r}{\Delta\varepsilon_z} = 0.5$$

Il calcolo del modulo di Young consiste invece nella relazione:

$$E = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z} = \frac{93}{3} \cdot 100 = 3100 \frac{kN}{m^2}$$

CONSOLIDAZIONE

I meccanismi che governano l'evolversi delle deformazioni del terreno nel tempo possono dividersi in due categorie:

- meccanismi dipendenti dalla variazione delle tensioni efficaci accoppiati a processi di diffusione dell'acqua interstiziale (consolidazione o rigonfiamento);
- meccanismi che avvengono in condizioni di tensioni efficaci e pressione dell'acqua costanti (creep).

Per quanto riguarda il processo di consolidazione, l'evoluzione nel tempo delle deformazioni dipende dalle proprietà del mezzo poroso, quali permeabilità e deformabilità, e dalla geometria del problema, ossia dalle condizioni al contorno e dai percorsi di drenaggio dell'acqua all'interno della massa permeabile.

L'applicazione di un carico su di un terreno comporta l'insorgere di sovrappressioni nell'acqua interstiziale. L'entità di queste sovrappressioni varia da punto a punto all'interno di un volume finito (bulbo tensionale) mentre al di fuori di esso l'acqua conserva il valore di equilibrio iniziale. Viene così a crearsi una differenza di energia (gradiente) che instaura un moto di filtrazione, la cui durata dipende fondamentalmente dalla permeabilità del terreno. Man mano che l'acqua viene espulsa dalla zona interessata dal carico si ha una riduzione dell'indice dei vuoti e quindi, nel complesso, una diminuzione di volume.

I fenomeni di filtrazione di tipo transitorio si hanno anche nei casi in cui si verifica uno scarico tensionale, ad esempio uno scavo, che portano ad una riduzione delle tensioni efficaci e a un conseguente aumento di volume.

CONSOLIDAZIONE MONODIMENSIONALE

Esistono varie teorie della consolidazione che considerano svariati aspetti del terreno e dell'acqua per scrivere le equazioni. La più semplice è la Teoria della consolidazione monodimensionale di Terzaghi, che costituisce la base per l'interpretazione delle prove edometriche e per un'analisi approssimata dell'andamento dei cedimenti nel tempo.

Le ipotesi di base della teoria sono:

- deformazioni e flusso avvengono in un'unica direzione;
- il terreno è omogeneo e completamente saturo;
- le leggi tensioni-deformazioni sono di tipo lineare;
- l'acqua ed i grani solidi sono incompressibili;
- la legge di Darcy è valida.

A partire dall'equazione di continuità del moto di filtrazione, Terzaghi ottenne l'equazione della consolidazione monodimensionale:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

dove $c_v = \frac{k}{\gamma_w m_v}$ è il coefficiente di consolidazione primaria

$$m_v = -\frac{\Delta e}{1+e} \Delta \sigma'_v \text{ è il coefficiente di compressibilità}$$

Governando un fenomeno di filtrazione in regime transitorio, la soluzione dell'equazione dipende:

- dalla distribuzione della sovrappressione interstiziale u_0 all'istante di applicazione del carico (isocrona iniziale);
- dalle condizioni di drenaggio al contorno.

Il caso più semplice da trattare è un'isocrona iniziale costante con la profondità, con possibilità di drenaggio tanto dalla base quanto dalla superficie dello strato che si consolida.

Chiamando H il massimo percorso di drenaggio della particella d'acqua (lo strato sarà quindi alto $2H$ in questo caso) e facendo riferimento alle variabili adimensionali

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2}$$

$$Z = \frac{z}{H}$$

possiamo esprimere l'equazione della consolidazione monodimensionale come

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} = \frac{\partial u}{\partial T_v}$$

la cui soluzione analitica è espressa come

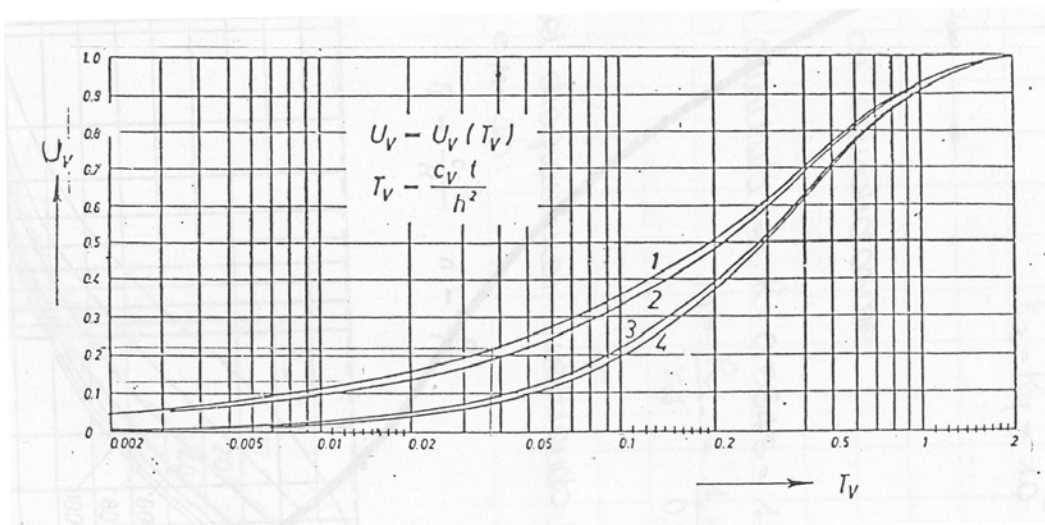
$$u(z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2u_0}{M} (\sin MZ) e^{-MT_v}$$

$$\text{con } M = \frac{\pi}{2}(2m+1)$$

Solitamente tale soluzione, che consente di calcolare il valore della sovrappressione interstiziale alla generica quota z e ad un generico istante t , è diagrammata² in termini di grado di consolidazione verticale

$$U_z = \frac{u_0 - u(z, t)}{u_0} = 1 - \frac{u(z, t)}{u_0}$$

in funzione del fattore di tempo adimensionale $T_v = \frac{c_v t}{H^2} = \frac{k_z E_{ed}}{\gamma_w H^2} t$:



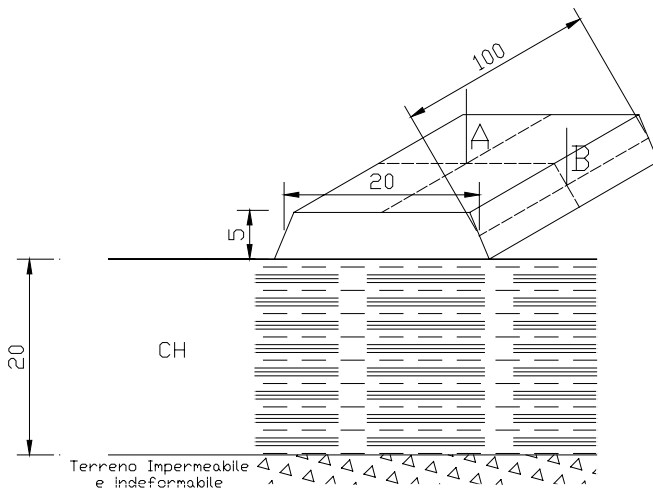
² Per la soluzione con isocrona iniziale costante e drenaggio su entrambe le estremità si guardi la curva 1; le altre curve sono funzioni di diverse isocrone iniziali e diverse condizioni di drenaggio

A metà dello strato il gradiente idraulico è sempre nullo, e pertanto è lecito considerare impermeabile la superficie di mezzeria dello strato. Possiamo così estendere la soluzione anche al caso in cui lo strato ha drenaggio da una sola estremità, definendo il percorso di drenaggio pari all'intera altezza dello strato.

Esercizio 4.1

Con riferimento alla figura, determinare lungo gli assi verticali A e B il cedimento finale, il tempo di consolidazione finale e l'andamento della consolidazione, dati:

- per il terrapieno $h_t = 5m$, $b = 20m$, $a = 100m$ e $\gamma_t = 19 \frac{kN}{m^3}$;
- uno strato superficiale di 20m di argilla CH con peso specifico $\gamma = 20 \frac{kN}{m^3}$, permeabilità verticale $k_z = 10^{-7} \frac{cm}{s}$ e modulo edometrico $E_{ed}^{CH} = 2000 \frac{kN}{m^2}$.

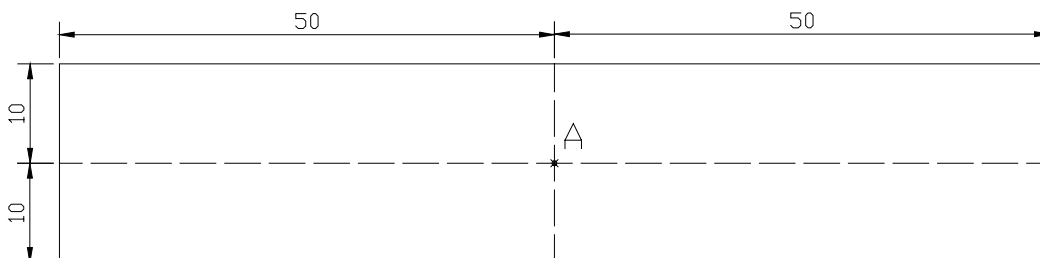


Soluzione

Calcoliamo i cedimenti finali negli assi A e B.

Fissiamo innanzitutto 4 punti per ogni asse verticale, posti a profondità 0m, 5m, 10m e 20m rispetto al piano campagna; per l'asse A consideriamo poi i 4 rettangoli di carico di figura, in modo che

abbiano tutti un rapporto $\frac{a}{b} = 5$:



Avremo così un'espressione per le tensioni verticali lungo l'asse A del tipo:

$$\Delta\sigma^A = 4 \frac{\Delta\sigma_z}{q} q_t$$

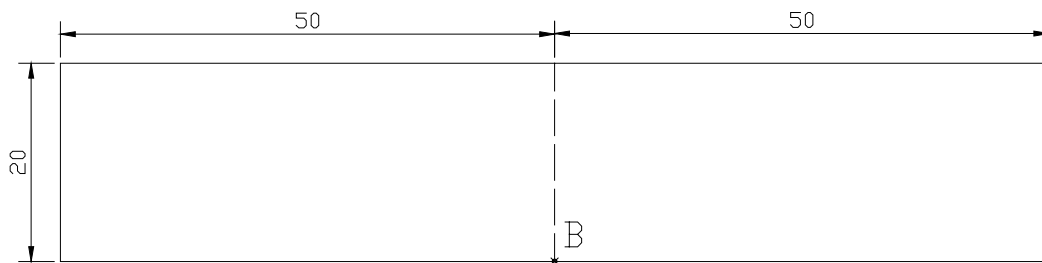
e quindi dal diagramma di Steinbrenner abbiamo

Punti	z	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_A$
0	0	0	0.25	115
1	5	0.5	0.25	110
2	10	1	0.21	97
3	20	2	0.14	65

Il cedimento nel punto 0 dell'asse A sarà quindi:

$$\rho_A = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{115+110}{2} 5 + \frac{110+97}{2} 5 + \frac{97+65}{2} 10 \right) = 0.95m = 95cm$$

Per l'asse B consideriamo invece i 2 rettangoli di carico di figura, in modo che abbiano tutti un rapporto $\frac{a}{b} = 2.5$:



Avremo così un'espressione per le tensioni verticali lungo l'asse B del tipo:

$$\Delta\sigma^B = 2 \frac{\Delta\sigma_z}{q} q_t$$

e quindi

Punti	z	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_B$
0	0	0	0.25	57.5
1	5	0.25	0.24	55.2
2	10	0.5	0.24	55.2
3	20	1	0.2	46

Il cedimento nel punto 0 dell'asse B sarà quindi:

$$\rho_B = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{57.5+55.2}{2} 5 + \frac{55.2+55.2}{2} 5 + \frac{55.2+46}{2} 10 \right) = 0.53m = 53cm$$

Il tempo finale di consolidazione può essere calcolato usando la formula relativa al fattore tempo adimensionale:

$$T_v = \frac{k_z E_{ed}}{\gamma_w H^2} t$$

considerando $H = 20m$ poiché l'acqua può defluire solo verso l'alto e ponendo $T_v = 2$, relativo ad un grado di consolidazione del 100%.

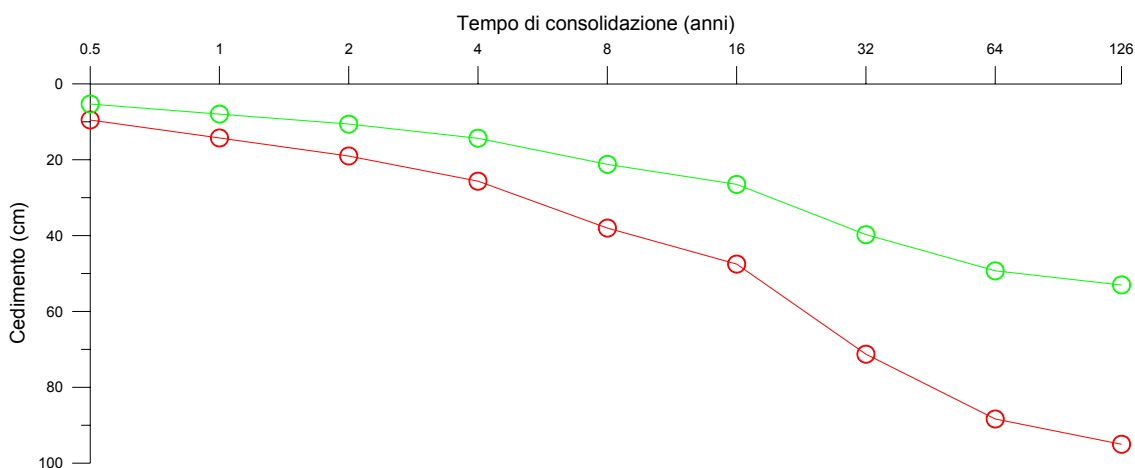
Abbiamo quindi

$$t_v = \frac{T \gamma_w H^2}{k_z E_{ed}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20^2}{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^3} = 4 \cdot 10^9 s \cong 126anni$$

Per determinare la dinamica della consolidazione usiamo il diagramma della consolidazione verticale considerando l'isocrona iniziale di tipo costante (curva 1), in quanto essa rappresenta comunque una buona approssimazione dello stato tensionale del terreno. Avremo quindi i valori:

Tempo anni	Tempo s	T_V	U_V	ρ_A cm	ρ_B cm
0.5	1.55E+07	0.0080	10%	9.5	5.3
1	3.10E+07	0.0160	15%	14.25	7.95
2	6.20E+07	0.0320	20%	19	10.6
4	1.24E+08	0.0640	27%	25.65	14.31
8	2.48E+08	0.1280	40%	38	21.2
16	4.96E+08	0.2560	50%	47.5	26.5
32	9.92E+08	0.5120	75%	71.25	39.75
64	1.98E+09	1.0240	93%	88.35	49.29
126	3.97E+09	2.0000	100%	95	53

Possiamo così inserire i valori in un grafico, per osservare l'andamento della consolidazione e la differenza di entità dei cedimenti tra l'asse A e l'asse B.



DRENI VERTICALI

I depositi di terreni con caratteristiche meccaniche scadenti (argille tenere, limi compressibili, torbe, ...) sui quali è necessario costruire le opere vanno preconsolidati in modo da evitare crolli o cedimenti eccessivi in fase di esercizio. La preconsolidazione avviene di norma mediante l'applicazione di un precarico, che in seguito verrà rimosso, in modo da ridurre i tempi di consolidazione. Talvolta, però, anche la preconsolidazione risulta eccessivamente lenta o troppo onerosa ed è quindi necessario ricorrere all'uso di dreni verticali, che modificano sensibilmente il percorso di drenaggio e quindi i tempi di consolidazione.

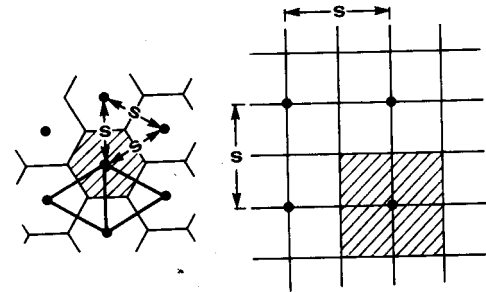
Il sistema di drenaggio può essere di due tipi:

- dreni in sabbia, realizzati mediante infissione per battitura o vibrazione, trivellazione o jetting;
- dreni prefabbricati.

Questi ultimi sono i più usati oggi, sia per la loro economicità che per la facilità e rapidità di installazione ad opera di mezzi meccanici. Sono costituiti fondamentalmente da un corpo centrale in

plastica in cui sono ricavati i canali per il drenaggio dell'acqua e da un filtro esterno in carta o in tessuto-non-tessuto.

Con questi tipi di dreno il disturbo del terreno dipende in larga misura dalla geometria del dreno e dalla disposizione. Possiamo infatti distinguere in dreni disposti a maglia triangolare o quadrata, con una notevole differenza tra le rispettive aree di influenza. Il problema della consolidazione mediante dreni verticali può essere ricondotto a quello di un cilindro equivalente di terreno con la superficie esterna impermeabile e un dreno centrale. Per i comuni dreni di tipo lamellare possiamo definire un raggio equivalente pari a $R = 0.564s$ per la disposizione quadrata e $R = 0.525s$ per quella triangolare, più efficace ma più difficile da realizzare. Il fattore d'influsso è definito come il rapporto tra il raggio equivalente e la metà della larghezza del dreno:



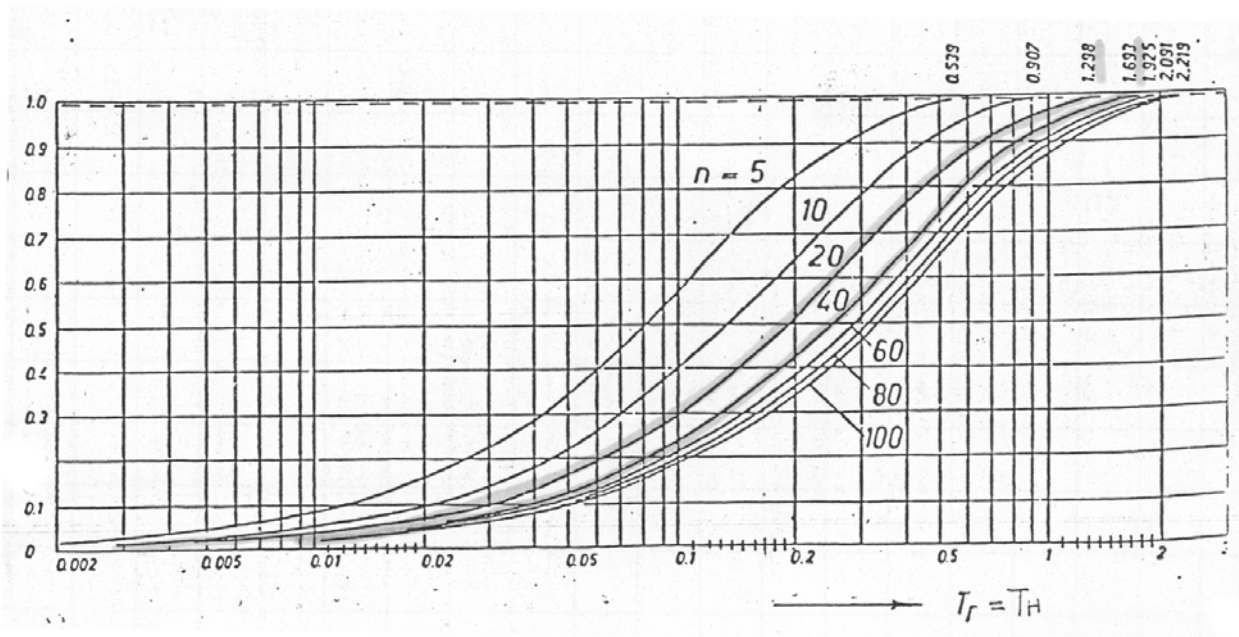
$$n = \frac{R}{r}$$

La trattazione della consolidazione radiale di un cilindro di terreno che drena verso il centro è stata elaborata da Barron e si basa sulla Teoria di Terzaghi. La soluzione porta ad una espressione della sovrappressione interstiziale in funzione del tempo analoga a quella trovata per la consolidazione verticale; come prima è possibile visualizzare tale soluzione mediante il grado di consolidazione totale, definito come:

$$U_T = 1 - (1 - U_V)(1 - U_H)$$

dove U_H è il grado di consolidazione orizzontale, che può essere trovato in un diagramma analogo a quello della consolidazione verticale in funzione del fattore del nuovo tempo adimensionale

$$T_h = \frac{k_y E_{ed}}{\gamma_w 4R^2} t :$$



Esercizio 4.2

Determinare lungo l'asse verticale A, posto al centro del terrapieno, il cedimento finale, il tempo di consolidazione finale e l'andamento della consolidazione dati:

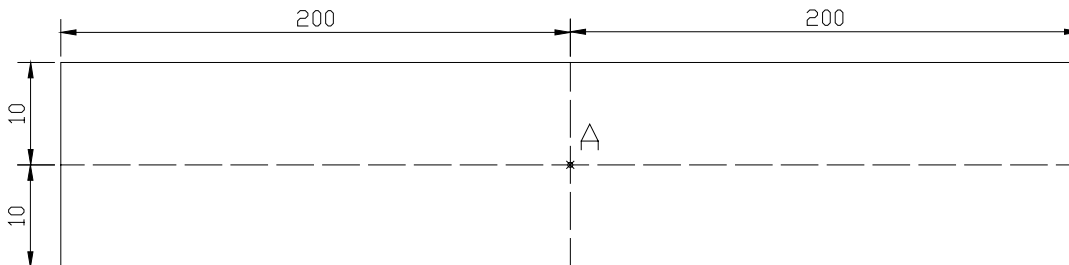
- per il terrapieno $b = 20m$, $a = 400m$ e $q_t = 100 \frac{kN}{m^2}$;
- uno strato di 20m di argilla CH con peso specifico $\gamma = 17 \frac{kN}{m^3}$, permeabilità verticale $k_z = 10^{-8} \frac{cm}{s}$ ed orizzontale $k_h = 6 \cdot 10^{-8} \frac{cm}{s}$, modulo edometrico $E_{ed}^{CH} = 2000 \frac{kN}{m^2}$;
- uno strato di 20m di limo MH con peso specifico $\gamma = 20 \frac{kN}{m^3}$, permeabilità verticale $k_z = 10^{-6} \frac{cm}{s}$ ed orizzontale $k_h = 2 \cdot 10^{-6} \frac{cm}{s}$, modulo edometrico $E_{ed}^{MH} = 4000 \frac{kN}{m^2}$.

Eeguire poi il calcolo inserendo una maglia quadrata di dreni verticali.

Soluzione

Fissiamo innanzitutto 5 punti per l'asse verticale, posti a profondità 0m, 10m, 20m, 30m e 40m rispetto al piano campagna; consideriamo poi i 4 rettangoli di carico di figura, in modo che abbiano

tutti un rapporto $\frac{a}{b} = 20$:



Avremo così un'espressione per le tensioni verticali lungo l'asse A del tipo:

$$\Delta\sigma^A = 4 \frac{\Delta\sigma_z}{q} q_t$$

e quindi dal diagramma di Steinbrenner abbiamo

Punti	z	z/b	σ_z/q	$\Delta\sigma_A$
0	0	0	0.25	100
1	10	1	0.2	80
2	20	2	0.14	56
3	30	3	0.1	40
4	40	4	0.08	32

Il cedimento nel punto 0 dell'asse A sarà quindi la somma dei cedimenti nei due strati:

$$\rho_{CH} = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{100+80}{2} 10 + \frac{80+56}{2} 10 \right) = 0.79m = 79cm$$

$$\rho_{MH} = \frac{\sum \Delta\sigma'_i h_i}{E_{ed}} = \frac{1}{4000} \left(\frac{56+40}{2} 10 + \frac{40+32}{2} 10 \right) = 0.21m = 21cm$$

$$\rho_A = \rho_{CH} + \rho_{MH} = 1m = 100cm$$

La soluzione di Steinbrenner della teoria della consolidazione monodimensionale di Terzaghi è valida solo per strati omogenei di terreno. È quindi necessario omogeneizzare il terreno, nel senso di considerare uno strato dominante dal punto di vista della permeabilità e valutare l'altezza fittizia dell'altro con la relazione:

$$H'_2 = H_2 \sqrt{\frac{k_{z_1}}{k_{z_2}}}$$

Scegliamo come dominante lo strato di argilla, poiché dotato di una permeabilità più bassa e quindi di una maggiore lentezza nella consolidazione: avremo così

$$H'_{MH} = H_{MH} \sqrt{\frac{k_{z_{CH}}}{k_{z_{MH}}}} = 20 \sqrt{\frac{10^{-8}}{10^{-6}}} = 2m$$

$$H_{tot} = H_{CH} + H'_{MH} = 22m$$

Sarà inoltre necessario considerare il modulo edometrico medio dei due terreni, che vale

$$E'_{ed} = \sum \frac{\Delta\sigma'_i H_i}{\rho_i} = \frac{\rho_{CH} E_{ed}^{CH} + \rho_{MH} E_{ed}^{MH}}{\rho_{CH} + \rho_{MH}} = \frac{1580 + 840}{0.79 + 0.21} = 2420 \frac{kN}{m^2}$$

Come nell'esercizio precedente calcoliamo il tempo finale di consolidazione con la formula

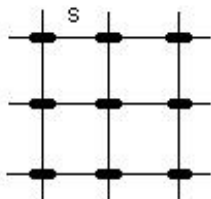
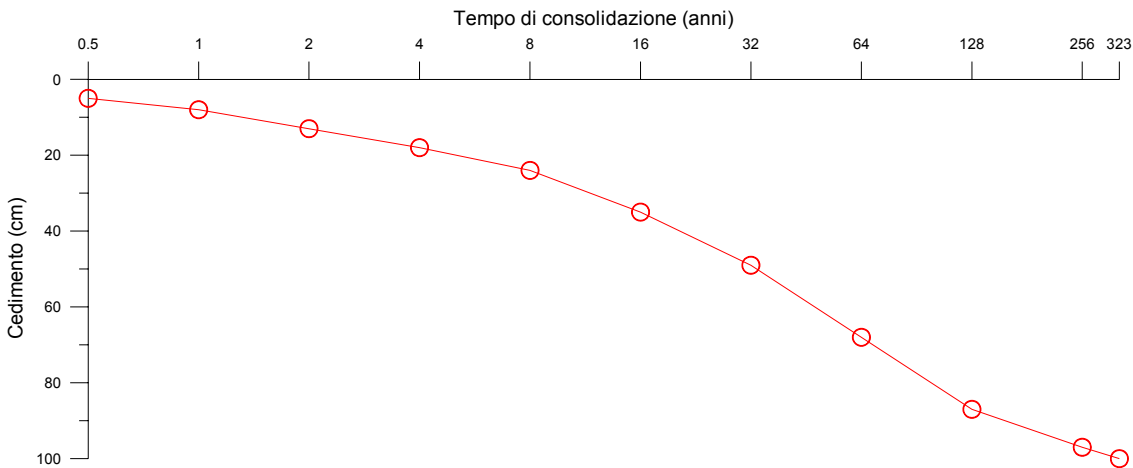
$$t_v = \frac{T\gamma_w H^2}{k_{z_{CH}} E'_{ed}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 11^2}{10^{-10} \cdot 2420} = 10^{10} s \cong 323anni$$

dove abbiamo considerato $H = \frac{H_{tot}}{2} = 11m$ poiché, ponendo come dominante lo strato di argilla,

l'acqua può defluire tanto verso l'alto quanto verso il basso (lo strato di limo è 100 volte più permeabile di quello di argilla).

Per determinare la dinamica della consolidazione usiamo al solito il diagramma della consolidazione verticale considerando la curva 1:

Tempo		T_V	U_V	ρ_A cm
anni	s			
0.5	1.55E+07	0.0031	5%	5
1	3.10E+07	0.0062	8%	8
2	6.20E+07	0.0124	13%	13
4	1.24E+08	0.0248	18%	18
8	2.48E+08	0.0496	24%	24
16	4.96E+08	0.0992	35%	35
32	9.92E+08	0.1984	49%	49
64	1.98E+09	0.3968	68%	68
128	3.97E+09	0.7936	87%	87
256	7.94E+09	1.5872	97%	97
323	1.00E+10	2.0000	100%	100



Inseriamo ora nel terreno i dreni verticali a maglia quadrata, con le seguenti caratteristiche, fino alla profondità di 40m:

$$s = 2m$$

$$2r = 12cm$$

$$R = 0.564s = 1.128m$$

$$n = \frac{R}{r} = 18.8 \cong 20$$

Dal diagramma della consolidazione orizzontale osserviamo che per $n = 20$ si ha $T_H = 1.298$; possiamo così calcolare i tempi di consolidazione finale per i due strati con i dreni verticali:

$$t_{h_{fin}}^{CH} = \frac{T_H \gamma_w 4R^2}{k_y^{CH} E_{ed}^{CH}} = \frac{1.298 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 1.13^2}{6 \cdot 10^{-10} \cdot 2000} = 5.5 \cdot 10^7 s \cong 21mesi$$

$$t_{h_{fin}}^{MH} = \frac{T_H \gamma_w 4R^2}{k_y^{MH} E_{ed}^{MH}} = \frac{1.298 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 1.13^2}{2 \cdot 10^{-8} \cdot 4000} = 8.3 \cdot 10^5 s \cong 10gg$$

Osserviamo che il tempo di consolidazione per il limo con i dreni verticali è trascurabile.

Per la dinamica della consolidazione totale dell'argilla lungo l'asse A possiamo usare la formula di Barron:

$$U_T = 1 - (1 - U_V)(1 - U_H)$$

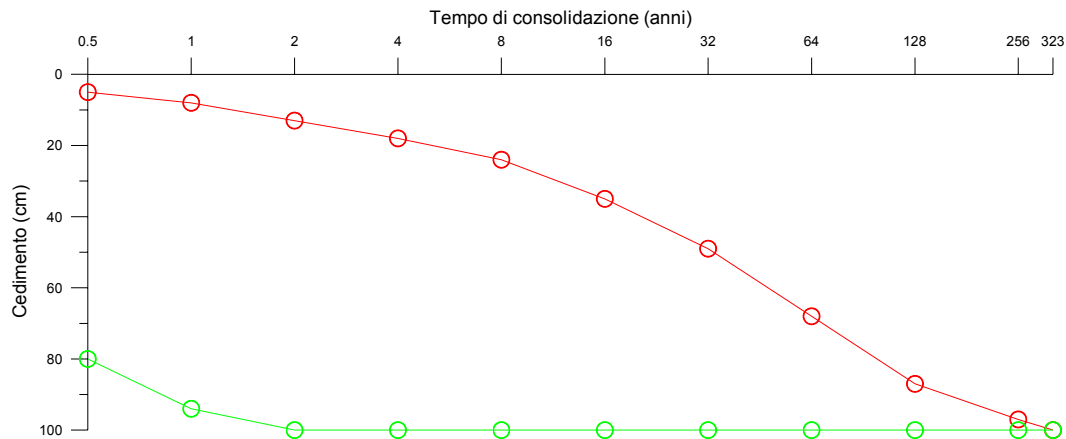
Per trovare U_H utilizziamo il diagramma della consolidazione orizzontale riferendoci alla curva relativa ad $n = 20$:

Tempo		T_V	U_V
anni	s		
0.5	1.55E+07	0.3658	7300%
1	3.10E+07	0.7316	92%
	5.50E+07	1.2980	100%

Possiamo così calcolare i cedimenti nel terreno con l'inserimento dei dreni verticali:

t	0.5	1	2	4	8	16	32	64	128	256	323
U_V	0.05	0.08	0.13	0.18	0.24	0.35	0.49	0.68	0.87	0.97	1.00
$1-U_V$	0.95	0.92	0.87	0.82	0.76	0.65	0.51	0.32	0.13	0.03	0.00
CH	U_H	0.73	0.92	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	$1-U_H$	0.27	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	U_T	0.74	0.93	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	ρ_{CH}	0.59	0.73	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79	0.79
MH	U_H	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	$1-U_H$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	U_T	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	ρ_{MH}	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
ρ	0.80	0.94	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

e confrontarli con la consolidazione normale:



OPERE DI SOSTEGNO

Le opere di sostegno dei terreni possono essere divise in due classi principali:

- opere rigide: quando si rompe il terreno segue il movimento del muro come un concio rigido e non modifica il proprio stato tensionale;
- opere flessibili: la struttura ed il terreno si deformano e quindi cambiano il proprio stato tensionale: l'opera va fatta collaborare con il terreno mediante opportuni tiranti.

Per dimensionare correttamente le opere di sostegno vanno condotte delle analisi di resistenza strutturale ai carichi e di stabilità dell'equilibrio, direttamente collegate al comportamento limite del terreno tanto in fase di esecuzione dell'opera quanto in fase di esercizio.

ANALISI LIMITE

La conoscenza delle caratteristiche di resistenza a compressione e taglio dei terreni sono molto importanti per l'analisi di:

- stabilità delle opere;
- capacità portante del terreno;
- spinte sulle opere di sostegno.

Per tali analisi si devono conoscere i diversi criteri di rottura del terreno:

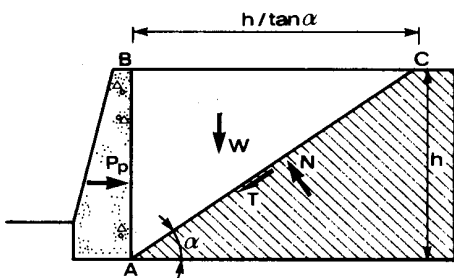
- criterio di Mises;
- criterio di Tresca;
- criterio di Mohr-Coulomb, il più usato per procedimenti analitici approssimati;
- criterio di Drucker-Prager, usato solitamente nell'analisi numerica agli elementi finiti.

I procedimenti di analisi della stabilità possono essere distinti in:

- il metodo dell'analisi limite, basata sulla teoria di Rankine che sfrutta il metodo cinematico;
- il metodo dell'equilibrio limite globale, che si basa sulla teoria di Coulomb;
- il metodo delle caratteristiche;
- il metodo agli elementi finiti FEM.

Tutte le teorie di stabilità partono dal presupposto che il terreno scivola come un corpo rigido indeformabile secondo una linea di scorrimento prestabilita.

Il metodo dell'equilibrio limite globale è quello sicuramente più noto ed usato in campo ingegneristico e si articola in:



1. individuazione della superficie di scorrimento critica;
2. assunzione di una distribuzione di tensioni lungo tale superficie;
3. risoluzione del problema mediante un'equazione di equilibrio globale del terreno considerato come corpo rigido all'interno della superficie di scorrimento.

Esercizio 5.1

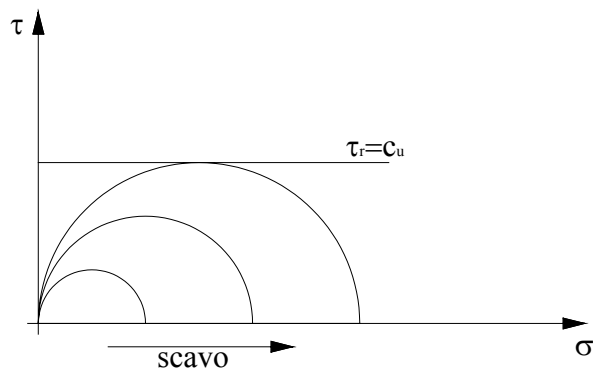
Determinare la profondità critica di uno scavo in terreno argilloso del quale si conoscono:

$$c = 50 \frac{kN}{m^2}$$

$$\gamma = 20 \frac{kN}{m^3}$$

Soluzione

Possiamo risolvere il problema sfruttando metodo di Rankine, che si basa sul criterio di rottura di Mohr-Coulomb.



Le tensioni nel terreno durante lo scavo sono date dalle relazioni:

$$\sigma_h = 0$$

$$\sigma_v = \gamma h$$

La rottura del terreno si ha per $\sigma_v = 2c$ e pertanto

$$h_c = \frac{2c}{\gamma} = 5m$$

Possiamo anche utilizzare il metodo cinematico:

$$L_i = L_e$$

$$L_i = -\tau \overline{ABds}$$

$$L_e = Wds_w = Wds \sin \vartheta_a$$

$$\vartheta_a = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\tau = \tau_r = c$$

$$\frac{h_c^2}{2} \gamma ds \sin 45^\circ = c \frac{h_c}{\sin 45^\circ} ds$$

$$h_c = \frac{4c}{\gamma} = 10m$$

Possiamo facilmente osservare come i due risultati siano completamente diversi.

SPINTE

Per la determinazione delle spinte che il terreno opera sulle strutture dobbiamo assumere che esso sia in campo elastico, dove gli stati tensionali stanno al di sotto della retta limite; in tal caso vale la relazione:

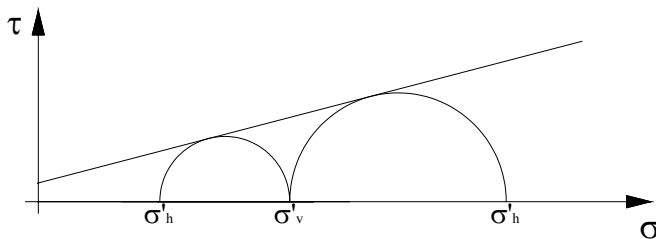
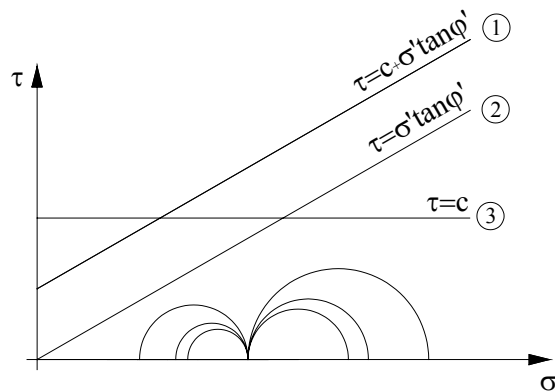
$$\sigma'_h = k_o \sigma'_v$$

dove k_o è detto coefficiente di spinta a riposo.

La retta limite può avere le tre configurazioni di figura in base alla natura coesiva del terreno:

1. terreni coesivi (maggior parte)
2. terreni puramente non coesivi (CH, OH)
3. terreni puramente coesivi (SW, GW)

Le condizioni di stato limite (ossia le situazioni tensionali del terreno a rottura) sono rappresentati, nel piano di Mohr, da due cerchi tangenti alla retta di rottura per la tensione verticale di equilibrio applicata:



I cerchi sono due poiché possiamo avere due diversi meccanismi di deformazione del terreno; con riferimento alla figura della pagina precedente:

- se il muro si sposta a sinistra il cuneo scivola verso sinistra e verso il basso secondo la linea di scorrimento; in tal caso la spinta del terreno sul muro si dice attiva e l'inclinazione della superficie di scorrimento è $\vartheta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}$;
- se il muro si sposta a destra il cuneo scivola verso destra e verso l'alto secondo la linea di scorrimento; in tal caso la spinta del terreno sul muro si dice passiva e l'inclinazione della superficie di scorrimento è $\vartheta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2}$.

Le spinte del terreno sul muro, ovvero le tensioni orizzontali del terreno a contatto con la parete del muro, si determinano a partire dai coefficienti di spinta attivi e passivi. Questi sono:

$$k_a = \tan^2 \vartheta_a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi'}{2} \right)$$

$$k_p = \tan^2 \vartheta_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

Così le spinte si ricavano dalle relazioni:

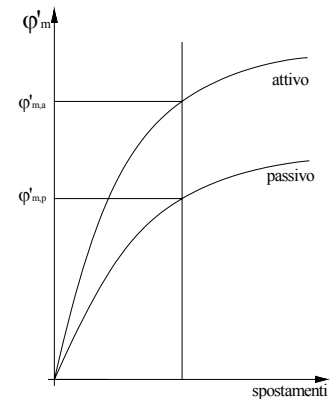
$$p'_a = \sigma'_h = k_a \sigma'_v - 2c' \sqrt{k_a}$$

$$p'_p = \sigma'_h = k_p \sigma'_v + 2c' \sqrt{k_p}$$

Poiché la situazione di spinta attiva è molto più pericolosa di quella di spinta passiva, nel calcolo dei coefficienti di spinta si inseriscono dei fattori di sicurezza, che valgono rispettivamente $F_a = 1.3$ e $F_p = 2$. Va però tenuto conto del fatto che, per congruenza, gli spostamenti devono essere gli stessi tanto dalla parte attiva quanto dalla parte passiva, e si sostituisce quindi all'angolo di attrito gli angoli mobilitati:

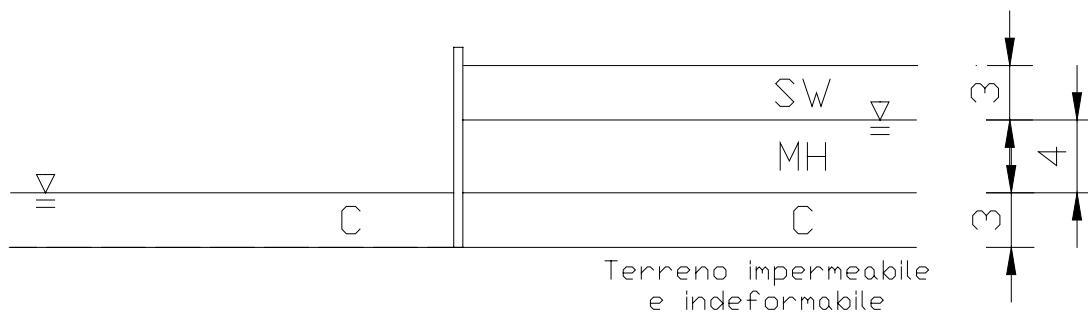
$$\varphi'_m{}^a = \arctan \frac{\tan \varphi'}{F_a}$$

$$\varphi'_m{}^p = \arctan \frac{\tan \varphi'}{F_p}$$



Esercizio 5.2

Determinare le spinte e le forze attive e passive agenti sulla struttura di sostegno di figura



avendo a disposizione i dati seguenti:

- il primo strato dall'alto è composto da 3m di sabbia SW con peso specifico $\gamma_{SW} = 20 \frac{kN}{m^3}$, angolo di attrito efficace $\varphi'_{SW} = 38^\circ$ e coesione efficace nulla;
- il secondo strato dall'alto è composto da 4m di limo MH con peso specifico $\gamma_{MH} = 21 \frac{kN}{m^3}$, angolo di attrito efficace $\varphi'_{MH} = 25^\circ$ e coesione efficace $c'_{MH} = 10 \frac{kN}{m^2}$;
- il terzo strato dall'alto è composto da 3m di argilla con peso specifico $\gamma_C = 19 \frac{kN}{m^3}$, angolo di attrito efficace $\varphi'_C = 10^\circ$ e coesione efficace $c'_C = 40 \frac{kN}{m^2}$.

Soluzione

La prima cosa da farsi è quella di calcolare gli angoli d'attrito e le coesioni mobilitate:

$$\varphi'_m{}^a_{SW} = \arctan \frac{\tan \varphi'_{SW}}{F_a} = \arctan \frac{\tan 38^\circ}{1.3} \cong 31^\circ$$

$$\varphi'_m{}^a_{MH} = \arctan \frac{\tan \varphi'_{MH}}{F_a} = \arctan \frac{\tan 25^\circ}{1.3} \cong 20^\circ$$

$$\varphi_{m_c}^a = \arctan \frac{\tan \varphi'_C}{F_a} = \arctan \frac{\tan 10^\circ}{1.3} \cong 8^\circ$$

$$\varphi_{m_c}^p = \arctan \frac{\tan \varphi'_C}{F_p} = \arctan \frac{\tan 10^\circ}{2} \cong 5^\circ$$

$$c'_{m_{MH}} = \frac{c'_{MH}}{2} = 5 \frac{kN}{m^2}$$

$$c'_{m_c} = \frac{c'_C}{2} = 20 \frac{kN}{m^2}$$

Ora possiamo calcolare i coefficienti di spinta per ogni strato:

$$k_{sw}^a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_{m_{sw}}^a}{2} \right) \cong \tan^2 30^\circ = 0.33$$

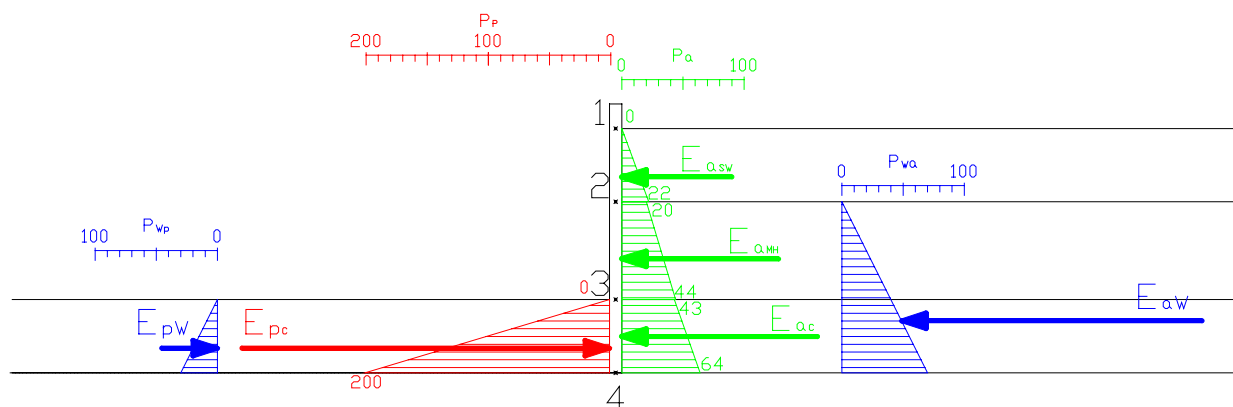
$$k_{MH}^a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_{m_{MH}}^a}{2} \right) = \tan^2 35^\circ = 0.49$$

$$k_C^a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_{m_c}^a}{2} \right) = \tan^2 41^\circ = 0.76$$

$$k_C^p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_{m_c}^p}{2} \right) = \tan^2 47.5^\circ = 1.19$$

Possiamo così calcolare le spinte e le forze (per unità di profondità) agenti sulla struttura:

Punti	z m	σ_v kN/m ²	u kN/m ²	σ'_v kN/m ²	$\sigma'_v k_a$ kN/m ²	$\sigma'_v k_p$ kN/m ²	p'_a kN/m ²	p'_p kN/m ²	$p_{w,a}$ kN/m ²	$p_{w,p}$ kN/m ²	E_a kN	E_p kN	$E_{w,a}$ kN	$E_{w,p}$ kN
1	0	0	0	0	0	-	0	-	-	-	90	-	-	-
2	3	60	0	60	20	-	20	-	-	-	128	-	-	-
2	3	60	0	60	29	-	22	-	0	-	-	-	-	-
3	7	144	40	104	51	-	44	-	40	-	-	-	245	-
3	7	144	40	104	79	0	43	0	40	0	160	300	-	45
4	10	201	70	131	100	157	64	200	70	30	-	-	-	-



VERIFICHE DI STABILITÀ

Le verifiche di stabilità per le opere di sostegno dovrebbero a rigore presupporre l'analisi dell'interazione terreno-struttura: la complessità del problema è però tale che solamente nel caso delle opere flessibili si ricorre a tali schemi di interazione. Per la totalità delle opere rigide si ricorre ad alcune verifiche basate su soluzioni approssimate ricavabili con i metodi dell'equilibrio limite globale, che sono fondamentalmente 5.

La prima consiste nel verificare che il muro non effettui una rotazione rigida (ribaltamento), ossia che la risultante dei momenti stabilizzanti il muro rispetto al punto più lontano dal terreno sul fondo del piede sia sufficientemente maggiore della risultante dei momenti ribaltanti rispetto a tale punto:

$$\frac{\left| \sum M_{stabilizzanti}^A \right|}{\left| \sum M_{ribaltanti}^A \right|} > F_R$$

Il fattore di sicurezza F_R è determinato dal progettista in accordo con la normativa tecnica in vigore (per l'Italia $F_R = 1.3$).

La seconda verifica consiste nell'accertare che il punto di applicazione della risultante dei carichi sulla sezione di fondazione sia contenuto nel nocciolo centrale di inerzia, in modo da prevenire delle tensioni di trazione che comporterebbero fessurazioni del calcestruzzo e mancanza di attrito tra opera e terreno. Nel caso più comune dei muri di sostegno a gravità molto lunghi la verifica consiste nel verificare che l'eccentricità del carico sia minore di un sesto della larghezza della fondazione.

La terza verifica consiste nell'accertare che il terreno non superi il limite di elasticità perché sottoposto a tensioni di compressione superiori o prossime alla tensione di rottura. Oltre ai problemi di spostamenti eccessivi per la funzionalità dell'opera o addirittura pericolosi per la sicurezza della stessa, il terreno plasticizzato perde gran parte della sua resistenza. La condizione da verificare è

$$\frac{|\sigma_{rottura}|}{|\sigma_{max}|} > F_{RS}$$

dove il fattore di sicurezza F_{RS} è determinato dal progettista in accordo con la normativa tecnica in vigore (per l'Italia $F_{RS} = 1.3$)

La quarta verifica consiste nell'accertare che il muro non effettui una traslazione rigida (scivolamento), ossia che la forza di taglio agente sulla fondazione dell'opera sia sufficientemente maggiore della risultante delle forze orizzontali agenti sulla stessa:

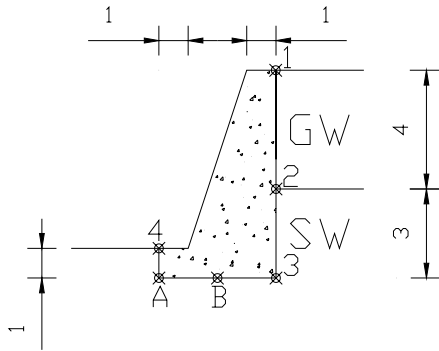
$$\frac{|T|}{\left| \sum H \right|} > F_S$$

Al solito il fattore di sicurezza F_S è determinato dal progettista in accordo con la normativa tecnica in vigore (per l'Italia $F_S = 1.3$).

La quinta verifica consiste nell'analisi della stabilità globale del terreno, che potrebbe scivolare assieme al muro di sostegno secondo una linea di scorrimento lontana dalla superficie di contatto, senza quindi la presenza di spostamenti relativi tra l'opera e il concio rigido di terreno. Tale verifica è solitamente condotta con il metodo FEM.

Esercizio 5.3

Effettuare le verifiche di stabilità del muro di sostegno a gravità di figura



avendo a disposizione i dati seguenti:

- il muro di sostegno ha peso specifico $\gamma_{conc} = 23 \frac{kN}{m^3}$ e le dimensioni riportate in figura;
- il primo strato dall'alto è composto da 4m di ghiaia GW con peso specifico $\gamma_{GW} = 20 \frac{kN}{m^3}$, angolo di attrito efficace $\phi'_{SW} = 44^\circ$ e coesione efficace nulla;
- il secondo strato dall'alto è composto da 3m di sabbia SW con peso specifico $\gamma_{SW} = 21 \frac{kN}{m^3}$, angolo di attrito efficace $\phi'_{SW} = 36^\circ$, coesione efficace nulla e tensione di rottura pari a

$$\sigma_{rot}^{SW} = 200 \frac{kN}{m^2}.$$

Soluzione

La prima cosa da farsi è quella di calcolare gli angoli d'attrito mobilitati per i due strati di terreno:

$$\phi'_{m_{GW}} = \arctan \frac{\tan \phi'_{GW}}{F_a} = \arctan \frac{\tan 44^\circ}{1.3} \cong 37^\circ$$

$$\phi'_{m_{SW}} = \arctan \frac{\tan \phi'_{SW}}{F_a} = \arctan \frac{\tan 36^\circ}{1.3} \cong 29^\circ$$

$$\phi'_{m_{SW}} = \arctan \frac{\tan \phi'_{SW}}{F_p} = \arctan \frac{\tan 36^\circ}{2} \cong 20^\circ \quad ^3$$

Ora possiamo calcolare i coefficienti di spinta:

$$k_{GW}^a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\phi'_{m_{GW}}}{2} \right) \cong \tan^2 27^\circ = 0.25$$

$$k_{SW}^a = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\phi'_{m_{SW}}}{2} \right) \cong \tan^2 31^\circ = 0.35$$

$$k_{SW}^p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\phi'_{m_{SW}}}{2} \right) = \tan^2 55^\circ = 2.04$$

³ Nella pratica professionale è generalmente preferibile trascurare la spinta passiva sulle opere di sostegno poiché tale assunzione va a favore di sicurezza; nella maggior parte dei casi, infatti, lo scavo antistante al piede delle opere è riempito con gli scarti di cantiere, dei quali non abbiamo dati e che certo non hanno la stessa resistenza del terreno.

Possiamo così calcolare le spinte e le forze (per unità di profondità) dovute al terreno agenti sulla struttura:

Punti	z m	σ'_v kN/m ²	$\sigma'_v k_a$ kN/m ²	p'_a kN/m ²	E_a kN
1	0	0	0	0	40
2	4	80	20	20	
2	4	80	28	28	117
3	7	143	50	50	

Punti	z m	σ'_v kN/m ²	$\sigma'_v k_p$ kN/m ²	p'_p kN/m ²	E_p kN
4	0	0	0	0	21.5
A	4	43	43	20	

Avremo poi le forze di peso proprio del muro, che considereremo distinto in piede (2) e parete (1):

$$W_1 = 276 \text{ kN}$$

$$W_2 = 92 \text{ kN}$$

Prima di procedere alle verifiche dovremo calcolare i bracci rispetto ai punti A e B delle forze agenti sul muro, al fine controllare il ribaltamento:

$$b_{E_{GW}^a}^A = b_{E_{GW}^a}^B = 3m + \frac{4m}{3} = 4.33m$$

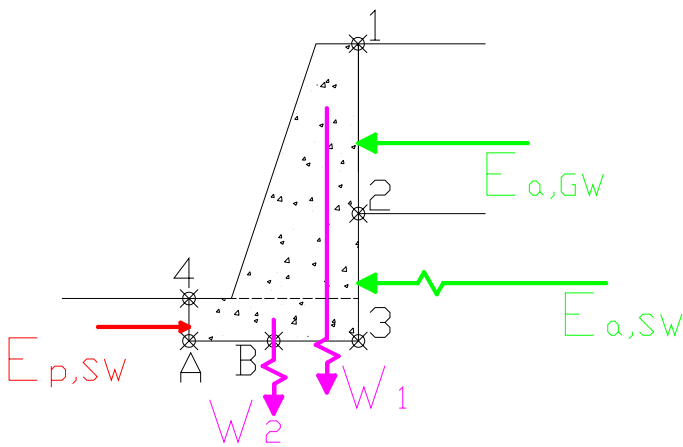
$$b_{E_{SW}^a}^A = b_{E_{SW}^a}^B = \frac{50 + 2 \cdot 28}{50 + 20} = 1.36m$$

$$b_{E_{SW}^p}^A = b_{E_{SW}^p}^B = \frac{1m}{3} = 0.33m$$

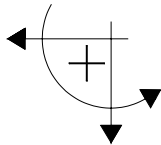
$$b_{W_1}^A = 4m - \frac{(3m)^2 + 3m \cdot 1m + (1m)^2}{3(3+1)m} \cong 2.92m$$

$$b_{W_1}^B = 2m - \frac{(3m)^2 + 3m \cdot 1m + (1m)^2}{3(3+1)m} \cong 0.92m$$

$$b_{W_2}^A = \frac{4m}{2} = 2m$$



Fissiamo inoltre la convenzione per i segni:



Iniziamo quindi con la verifica al ribaltamento:

$$\sum M^A_{stabilizzanti} = W_1 b_{W_1}^A + W_2 b_{W_2}^A + E_{SW}^p b_{E_{SW}^p}^A = 276 \cdot 2.92 + 92 \cdot 2 + 21.5 \cdot 0.33 = 997.01 \text{ kNm}$$

$$\sum M^A_{ribaltanti} = E_{GW}^a b_{E_{GW}^a}^A + E_{SW}^a b_{E_{SW}^a}^A = 40 \cdot 4.33 + 117 \cdot 1.36 = 332.32 \text{ kNm}$$

$$\frac{|\sum M^A_{stabilizzanti}|}{|\sum M^A_{ribaltanti}|} = \frac{997.01}{332.32} \cong 3 > F_R = 1.3 \text{ (la verifica è soddisfatta)}$$

Proseguiamo con la verifica dell'eccentricità:

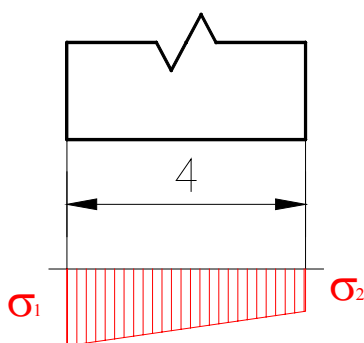
$$\sum M^B = W_1 b_{W_1}^B + E_{GW}^a b_{E_{GW}^a}^B + E_{SW}^a b_{E_{SW}^a}^B + E_{SW}^p b_{E_{SW}^p}^B$$

$$= -276 \cdot 0.92 + 40 \cdot 4.33 + 117 \cdot 1.36 - 21.5 \cdot 0.33 = 71.3 \text{ kNm}$$

$$\sum N = W_1 + W_2 = 276 + 92 = 368 \text{ kN}$$

$$e = \frac{|\sum M^B|}{|\sum N|} = 0.1938 \text{ m} < \lambda = \frac{l}{6} = 0.67 \text{ m} \text{ (la verifica è soddisfatta)}$$

Proseguiamo con la verifica alla rottura del terreno:



$$A = 4 \cdot 1 = 4 \text{ m}^2$$

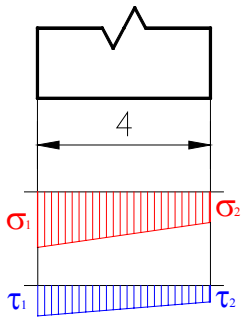
$$W = \frac{4^2 \cdot 1}{6} = 2.67 \text{ m}^3$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{M^B}{W} = 118.7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{M^B}{W} = 65.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{\sigma_{rott}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{rott}}{\sigma_1} = \frac{200}{118.7} = 1.68 > F_{RF} = 1.3 \text{ (la verifica è soddisfatta)}$$

Finiamo con la verifica allo scivolamento:



$$\tau_1 = c'_{msw} + \sigma_1 \tan \phi'_{msw} = 65 \frac{kN}{m^2}$$

$$\tau_2 = c'_{msw} + \sigma_2 \tan \phi'_{msw} = 35 \frac{kN}{m^2}$$

$$T = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} l \cdot 1 = 200 kN$$

$$\sum H = E_{GW}^a + E_{SW}^a - E_{SW}^p = 127 kN$$

$$\frac{|T|}{|\sum H|} = 1.57 > F_s = 1.3 \text{ (la verifica è soddisfatta)}$$